

# **STUDIO DI UN FLUSSO GRANULARE SECCO SU CANALETTA INCLINATA ATTRAVERSO IL METODO AGLI ELEMENTI DISCRETI**

Francesco Zarattini

*Università degli Studi di Padova  
francesco.zarattini@phd.unipd.it*

Antonio Pol

*Università degli Studi di Padova  
antonio.pol@phd.unipd.it*

Fabio Gabrieli

*Università degli Studi di Padova  
fabio.gabrieli@unipd.it*

## **1 Sommario**

Le colate detritiche sono eventi calamitosi che possono verificarsi in aree acclivi una volta che il materiale instabile viene messo in movimento, innescato da eventi come forti piogge o lo scioglimento della neve. La velocità del flusso e l'energia che accumulano lungo i ripidi pendii e i canali naturali sono tali che questi eventi possono mettere in pericolo sia le persone che le costruzioni, sottolineando quindi l'importanza di un attento monitoraggio. Al fine di comprendere meglio come poter attrezzare una sezione di monitoraggio trasversale al flusso, attraverso un approccio numerico agli elementi discreti, viene simulato un flusso granulare non stazionario su uno scivolo inclinato. Il materiale granulare secco viene discretizzato attraverso aggregati di sfere con parametri al contatto calibrati sulla base di semplici prove di laboratorio. L'analisi è condotta misurando le forze su una piastra di base e le caratteristiche del flusso su un volume di controllo al di sopra di quest'ultima.

## **1. Introduzione**

Fenomeni quali i flussi granulari rapidi, possono verificarsi in regioni montane una volta che il materiale granulare instabile giacente su superfici inclinate sia mobilitato da eventi quali precipitazioni piovose intense, scioglimento delle nevi o terremoti. Il monitoraggio di questi eventi gioca un ruolo fondamentale nella riduzione dell'esposizione di manufatti e persone, e perciò nel contenimento del rischio. Data l'estensione di tali fenomeni, il monitoraggio si concentra tipicamente in alcune sezioni trasversali significative lungo il percorso del flusso. Al fine di studiare ed attrezzare una sezione tipo per analizzare le caratteristiche di un flusso granulare, viene simulato il fenomeno tramite un modello a elementi discreti. I parametri dei materiali sono determinati preventivamente attraverso prove sperimentali. Il flusso in questa fase preliminare è studiato in condizioni secche e in moto non stazionario determinando le forze trasmesse ad una piastra di base e acquisendo in continuo le informazioni cinematiche di tutte le particelle.

## **2. Il metodo agli elementi discreti**

Il metodo degli elementi discreti (DEM) è l'approccio numerico utilizzato per la simulazione del flusso granulare. Tra le varie tipologie di metodi presenti in letteratura, quello impiegato è definito soft-particle, derivato dalla dinamica molecolare. Questo metodo permette la simulazione di sistemi dinamici di particelle assunte come corpi indipendenti e non deformabili, interagenti con altre particelle tramite le

leggi della meccanica del contatto e obbedienti alla seconda legge della meccanica di Newton (Cundall e Strack, 1979). Previa localizzazione nello spazio delle particelle e rilevamento dei contatti, dalla compenetrazione ( $\delta_N$ ,  $\delta_T$ ) dei corpi vengono ricavate le componenti di forza normale e tangenziale, come rappresentato tramite modello analogico in Fig 1. Assumendo una legge di contatto di tipo Hertz-Mindlin (Johnson, 1985) nel modello in esame le componenti di forza normale e tangenziale sono date rispettivamente da:

$$F_N = k_N \delta_N^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

$$F_T = \begin{cases} \mu_T k_N \delta_N & |F_T| \geq \mu_T |F_N| \\ k_T \delta_T & |F_T| < \mu_T |F_N| \end{cases} \quad (2)$$

dove le rigidezze  $k_N = 4/3 \cdot E^* \sqrt{R^*}$  e  $k_T = 4\sqrt{R^*} \cdot G^*/(2 - \nu)$  dipendono dai moduli di Young e di taglio equivalenti ( $E^*$ ,  $G^*$ ), dal coefficiente di Poisson ( $\nu$ ) e dai raggi equivalenti ( $R^*$ ) delle particelle in contatto. Si noti come le forze non dipendono linearmente dal grado di compenetrazione nonostante i corpi in gioco siano elastici; ciò è dovuto all'incremento dell'area di contatto al diminuire della distanza tra i corpi, che incrementa la rigidezza effettiva (Andreotti et al., 2013).

Definito  $dt$  il passo di integrazione, l'evoluzione del moto delle particelle viene ricavato tramite uno schema di tipo Leapfrog, con le velocità che vengono stimate a istanti intermedi rispetto a quelli in cui vengono valutati accelerazioni e spostamenti. Riguardo alle componenti traslazionali si ottiene:

$$\mathbf{v}_i^{t+\frac{dt}{2}} = \mathbf{v}_i^{t-\frac{dt}{2}} + \frac{dt}{m} \left( \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij}^t + \mathbf{F}_i^{extt} \right) \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_i^{t+dt} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+\frac{dt}{2}} dt \quad (4)$$

in cui  $\mathbf{F}_i^{extt}$  è la forza esterna all'istante  $t$  sulla particella  $i$ ,  $\mathbf{F}_{ij}^t$  è la forza esercitata al tempo  $t$  dalla particella  $j$  su  $i$ , e  $\mathbf{x}_i^t$  e  $\mathbf{v}_i^{t-\frac{dt}{2}}$  sono rispettivamente il vettore spostamento e velocità rispettivamente all'istate  $t$  e  $t - dt/2$ .

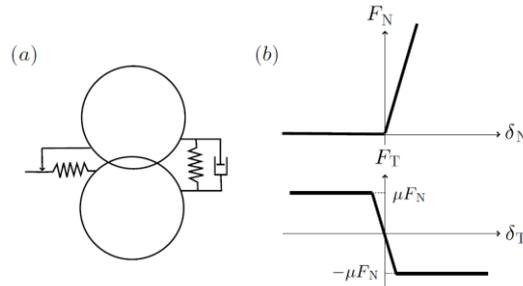


Fig 1. (a) Schema analogico dell'interazione tra particelle in contatto. (b) Forze normali e tangenziali in funzione delle componenti di compenetrazione delle particelle.

Le simulazioni sono state effettuate tramite il software open-source Yade (Šmilauer et al., 2015).

### 3. Calibrazione del modello

Il materiale che è stato scelto per le simulazioni è una ghiaia, la cui curva granulometrica è riportata in Fig 2a. Si tratta di un materiale avente elevata uniformità ( $C_u = 1.478$ ). Il materiale è caratterizzato da spigoli vivi. Al fine di rappresentare il più fedelmente possibile la forma dei grani della ghiaia in esame nel modello numerico, selezionati alcuni granelli come campioni, vengono dapprima ricostruite le superfici di tali elementi (Amenta et al., 2001, Zarattini et al., 2019), e successivamente discretizzate tramite aggregati rigidi di sfere denominati clumps (Fig 3).

I parametri che entrano in gioco nella definizione del modello di contatto sono stati ottenuti da prove

sperimentali specifiche sul materiale granulare (Hlosta, 2020) e sono riassunti in Tab 1.

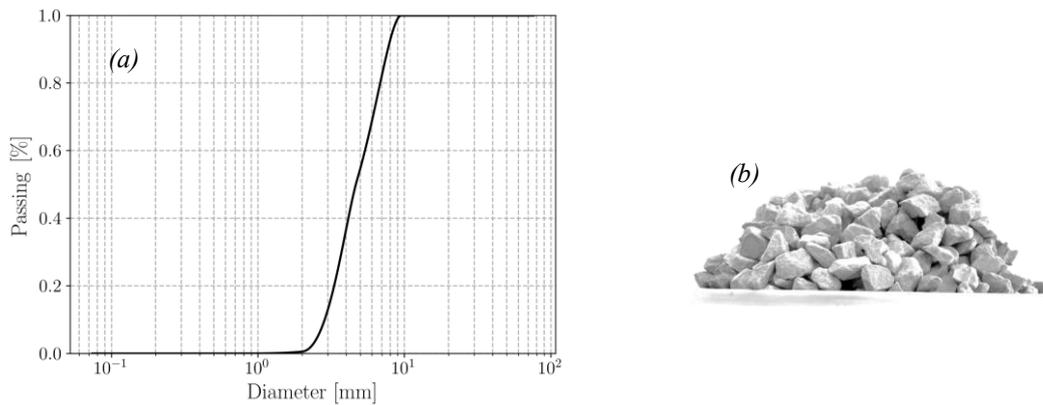


Fig 2. (a) Curva granulometrica e (b) deposito del materiale granulare.

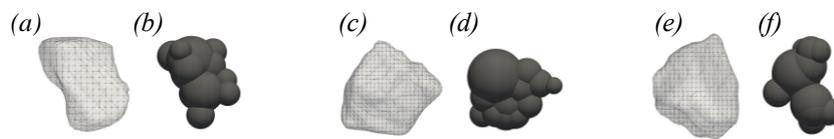


Fig 3. (a), (c), (e) ricostruzione della superficie di alcuni grani campione e (b), (d), (f) discretizzazione con aggregati di sfere.

Tab 1. Parametri usati nelle simulazioni DEM.

Massa complessiva di materiale granulare (kg)	39	Rapporto di Poisson di contatto, $\nu$ (-)	0.2
Numero particelle granulari simulate	10008	Densità dei grani solidi, $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	2700
$\Delta t$ simulazione (s)	$4.807 \cdot 10^{-06}$	Coefficiente di attrito di contatto, $\mu$ (-)	0.839
Accelerazione di gravità, $g$ (m/s <sup>2</sup> )	9.81	Coefficienti di restituzione normale e tangenziale grano-grano $e_{n(sph-sph)} = e_{s(sph-sph)}$	0.9
Modulo di Young al contatto, $E$ (MPa)	100	Coefficienti di restituzione normale e tangenziale grano-parete $e_{n(sph-wall)} = e_{s(sph-wall)}$	0.6

## 4. Simulazione di flusso granulare

### 1.1 Geometria del modello

Al fine di analizzare il segnale generato dal flusso di materiale granulare secco si considera uno scivolo lungo 155 cm, con pendenza  $38^\circ$  e sezione costante di larghezza pari a 30 cm. In testa allo scivolo è posizionato un recipiente avente la stessa larghezza e inclinazione del canale e provvisto di una parete rimovibile, in grado di contenere la massa di 40 kg di materiale granulare, come indicato in Fig 4.

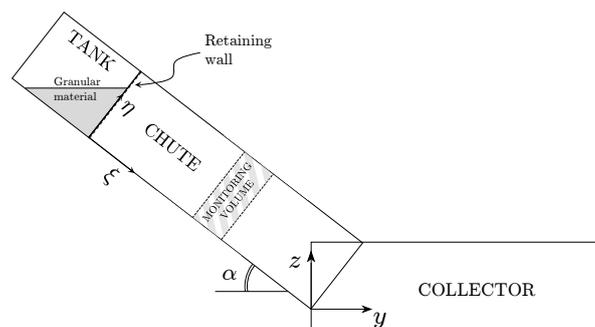


Fig 4. Schema del modello numerico della canaletta.

L'acquisizione dei dati di forza e di moto delle particelle avviene solo all'interno di un volume ridotto al di sopra di una piastra lungo il canale. Indicato con  $\xi$  l'asse longitudinale allo sviluppo dello scivolo con origine in corrispondenza della parete rimovibile, il volume di acquisizione si trova tra i 70 cm e i 90 cm dall'origine. All'interno del volume di monitoraggio, le posizioni, e velocità delle particelle oltre che le catene di forza vengono acquisite con una frequenza di 0.5 kHz. Sulla corrispondente piastra di monitoraggio di base invece la frequenza di acquisizione è pari a 208 kHz, per poter cogliere il segnale di vibrazione prodotto dal transito del materiale.

## 1.2 Analisi dei risultati

Una volta depositato il materiale nel contenitore di monte e stabilizzato l'ammasso granulare, la parete mobile viene rimossa, consentendo l'innescarsi del flusso lungo lo scivolo. All'impatto delle particelle con la piastra di misura vengono registrate le componenti delle forze trasmesse dai grani alla piastra e conteggiate le interazioni. Le componenti delle forze sono riportate in Fig 5a, con la rispettiva media mobile. La maggiore variabilità del segnale si presenta nella prima fase a segnalare un regime maggiormente collisionale in corrispondenza del fronte del flusso. Il rapporto tra la componente tangenziale e normale, che per definizione identifica il coefficiente di attrito del materiale al contatto con il supporto, viene riportato in Fig 5b e assume mediamente un andamento costante durante il deflusso di materiale e pari a  $40^\circ$ , ovvero il valore imposto al contatto.

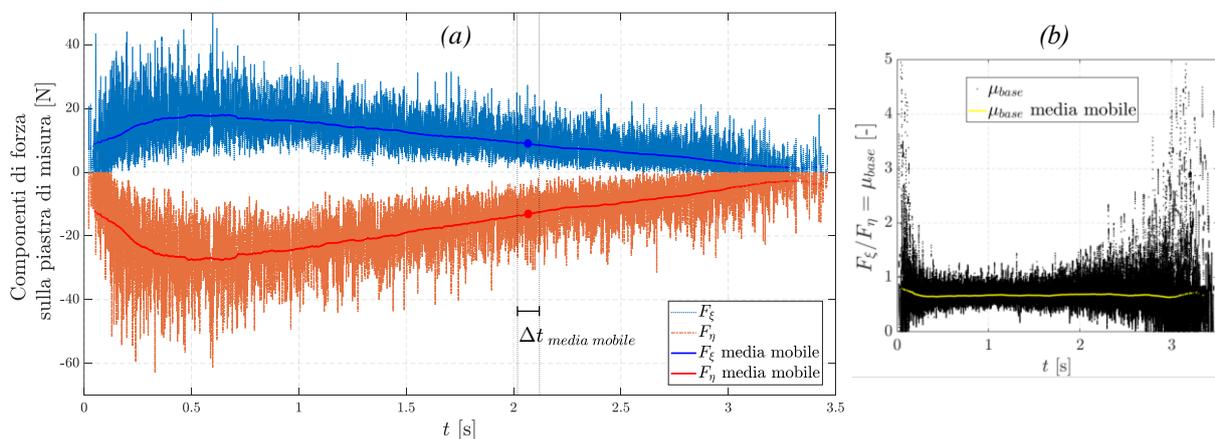


Fig 5. (a) Andamento temporale delle componenti normale e tangenziale longitudinale delle forze trasmesse alla piastra di misura e (b) del loro rapporto.

La possibilità, attraverso il metodo degli elementi discreti, di conoscere il comportamento di ogni singola particella appartenente al flusso – e quindi di seguirne tramite un approccio lagrangiano l'evoluzione del moto – consente di ricavare un comportamento nel tempo dell'intero flusso in un'area di interesse (costituita dal volume di monitoraggio).

L'evoluzione dell'andamento della massa di materiale nel tempo, come anche del contenuto di energia cinetica del flusso, viene riportata in Fig 6. L'energia cinetica, data dalla somma del contributo rotazionale e traslazionale, presenta un picco che precede il picco di massa, mostrando come le particelle che compongono il fronte del flusso abbiano un maggior contenuto di energia cinetica, e quindi siano caratterizzate da un regime maggiormente collisionale, come mostra anche l'andamento nel tempo delle interazioni delle particelle con la piastra di misura (media mobile). Le condizioni di flusso sono non stazionarie dal momento che mai la curva dell'energia cinetica raggiunge una stabilizzazione. Dalla curva raffigurante il numero di interazioni tra le particelle e la piastra di misura, riportata in Fig 6, si osserva inoltre come all'istante della massima quantità di materiale nel volume di misura non corrisponda il massimo numero di queste con la piastra: ciò significa che il materiale deve dissipare ulteriore energia affinché possano incrementare le interazioni tra grani e piastra.

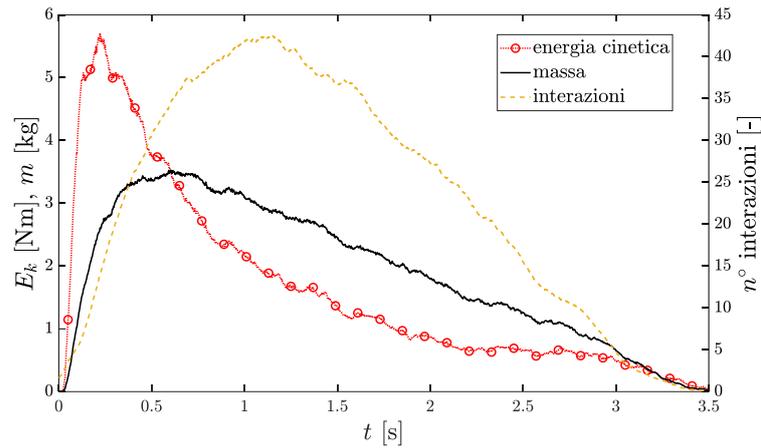


Fig 6. Andamenti temporali della massa e dell'energia cinetica nel volume di monitoraggio e del numero di interazioni con la piastra di misura.

Con l'intento di poter ricondurre una misura di forza in corrispondenza della piastra a un'altra grandezza appartenente al flusso, si determina la media mobile della forza totale sulla piastra, data dalla combinazione lineare della componente normale  $F_\eta$  con le componenti tangenziali  $F_x$  e  $F_\xi$ . Tale grandezza corrisponde alla componente pseudo-statica della forza trasmessa dal materiale alla piastra, e viene pertanto confrontata con la massa presente nel volume di controllo. La Fig 7 evidenzia come, a meno degli istanti iniziali e finali, in cui la misura della media mobile è condizionata da un minor numero di osservazioni, gli andamenti delle due grandezze sono isocroni.

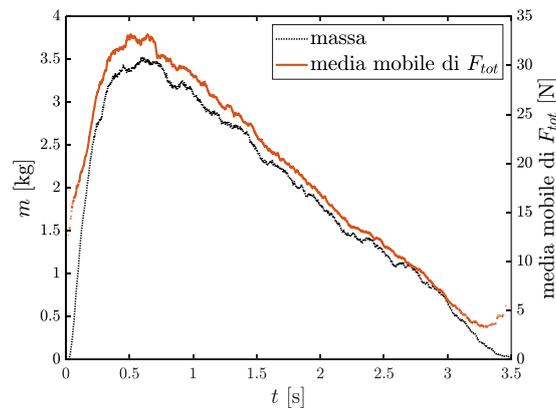


Fig 7. Andamento della massa di materiale granulare nel volume di monitoraggio e della media mobile della  $F_{tot}$  sulla corrispondente piastra di misura.

Per poter valutare la distribuzione nel tempo delle particelle, viene introdotta l'altezza di flusso equivalente  $\tilde{H}$  definita come:

$$\tilde{H} = \frac{\sum_i m_i}{\rho \cdot A_p \cdot d} \quad (6)$$

in cui  $m_i$  indica la massa dell' $i$ -esimo grano nel volume di monitoraggio,  $\rho$  è la densità del materiale e  $A_p$  è la superficie della piastra di monitoraggio, e  $d$  è il diametro della sfera media equivalente. Tale grandezza corrisponde all'altezza che il flusso avrebbe se al posto del materiale granulare si avesse un blocco denso di materiale (Brodu et al., 2015), e il suo andamento nel tempo, è riportato in Fig 8. Nella stessa figura è possibile osservare anche l'altezza del flusso considerando la quota della particella più elevata, e il valore di  $\tilde{H}/\langle\phi\rangle$ , in cui  $\langle\phi\rangle$  è la media lungo la coordinata  $\eta$  della frazione di volume solido  $\phi$  (complemento a 1 della porosità). Il fronte risulta caratterizzato da un maggior contenuto di energia

cinetica, una maggior variabilità delle forze trasmesse alla piastra e una maggiore altezza di flusso, che si trova perciò ad avere elevata porosità, motivo per cui, in tale fase, il numero di interazioni con la piastra di misura rimane limitato.

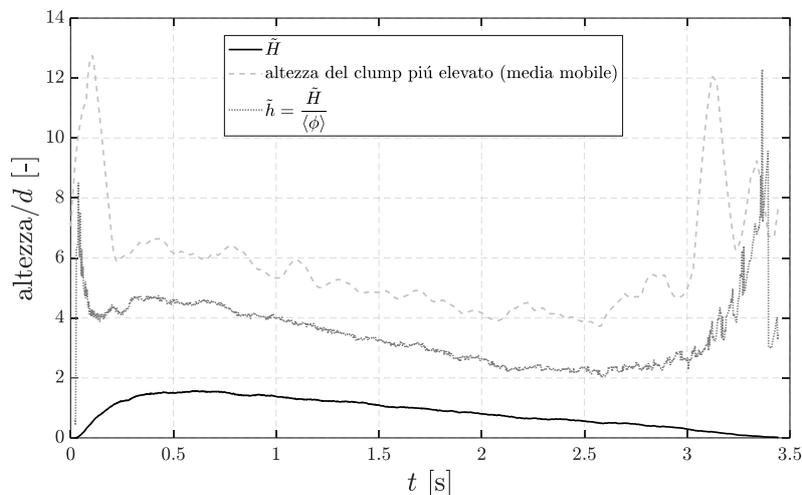


Fig 8. Andamento temporale delle elevazioni del flusso rispetto al piano di scivolamento in corrispondenza della piastra di misura.

## 5. Conclusioni

Tramite questo lavoro si è analizzato un flusso granulare secco in condizioni di moto non stazionario lungo uno scivolo inclinato attraverso il modello degli elementi discreti. Il vantaggio dato da tale metodo consta nel poter ottenere le informazioni cinematiche di qualsiasi particella costituente il flusso e di poterne dedurre le caratteristiche complessive in sezioni di indagine predefinite. Individuando un volume di monitoraggio, è possibile osservare l'andamento dell'energia cinetica del flusso, della massa, del numero di interazioni e delle forze trasmesse tra le particelle e la base. Analizzando la componente pseudo-statica delle forze trasmesse, si nota come l'andamento temporale sia isocrono con la massa totale di materiale nel volume di controllo; il fronte del flusso risulta dotato di una maggiore porosità, una maggiore altezza di flusso e un più elevato contenuto energetico rispetto alle successive frazioni di materiale che transitano. Ulteriori analisi potranno estendersi in futuro a geometrie differenti, materiali granulari differenti e diverse condizioni di saturazione.

## 2 Bibliografia

- P. A. Cundall, O. D. Strack (1979), A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique* 29, N. 1, 47-65.
- K. L. Johnson (1985), *Contact mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- V. Šmilauer et al. (2015), *Yade Documentation* 2nd ed. The Yade Project.
- N. Amenta, S. Choi, R. K. Kolluri (2001), The power crust, unions of balls, and the medial axis transform, *Int. J. Computational Geometry*. 19, 2–3, Pages 127-153.
- F. Zarattini, A. Pol, L. Schenato, et al. (2019), Preliminary numerical and experimental tests for the study of vibration signals in dry granular flows, VI International Conference on Particle-based Methods – Fundamentals and Applications – *PARTICLES 2019*, Barcelona, Spain (2019), 305-312.
- Hlosta, J., Jezerská, L., Rozbroj, J. et al. (2020), DEM Investigation of the Influence of Particulate Properties and Operating Conditions on the Mixing Process in Rotary Drums: Part 1 – Determination of the DEM Parameters and Calibration Process, 8, 222. <https://doi.org/10.3390/pr8020222>.
- Brodu, N., Delannay, R., Valance, A., Richard, P., New patterns in high-speed granular flows (2015), *J. Fluid Mech.*, vol. 769, pp.218-228. Doi:10.1017/jfm.2015.109