

UNO SGUARDO TERMODINAMICO ALLA RISPOSTA DI FONDAZIONI PROFONDE

Davide Noè Gorini
Sapienza Università di Roma
davideno.gorini@uniroma1.it

Luigi Callisto
Sapienza Università di Roma
luigi.callisto@uniroma1.it

Sommario

Si presenta un macro-elemento non-lineare e inerziale per fondazioni profonde come un efficiente metodo per simulare gli aspetti salienti dell'interazione dinamica pali-terreno nell'analisi dinamica non-lineare delle strutture. Il macro-elemento esprime una relazione, derivata secondo un approccio termodinamico, tra le forze generalizzate scambiate tra la struttura in elevazione e la fondazione e i corrispondenti spostamenti e rotazioni. La risposta del modello è dipendente dalla frequenza ed evolve con il livello di mobilitazione della resistenza. Il primo aspetto è riprodotto mediante un tensore delle masse partecipanti del sistema pali-terreno, mentre la risposta dissipativa è definita da una serie di superfici di plasticizzazione dotate di incrudimento cinematico. Il macro-elemento proposto è disponibile in ambiente OpenSees e se ne mostrano alcune risposte.

1. Peculiarità della risposta meccanica delle fondazioni profonde

I pali di fondazione costituiscono una soluzione largamente utilizzata per le opere civili, sia per migliorare le caratteristiche di rigidezza e resistenza della fondazione sotto i carichi statici sia come elemento dissipativo in condizioni sismiche. Come osservato anche per altri sistemi geotecnici quali le fondazioni superficiali o le spalle dei ponti, il comportamento dinamico delle fondazioni profonde presenta una risposta non-lineare a partire da livelli di deformazione contenuti, per effetto della marcata non-linearità costitutiva dell'insieme fondazione-terreno, che varia in funzione della frequenza della perturbazione esterna. Questa risposta non-lineare e inerziale ha inoltre un carattere fortemente direzionale. Alcuni studi hanno infatti messo in luce come la capacità ultima del sistema pali-terreno dipenda fortemente dalla specifica combinazione delle forze e momenti agenti sul gruppo (Correia 2011, Di Laora et al. 2019, Gerolymos e Gazetas 2005, Gerolymos et al. 2015, Gorini e Callisto 2021). Sulla base di questi risultati, Gorini e Callisto (2021) hanno proposto una descrizione analitica dei carichi di collasso di gruppi di pali, rappresentati da un iper-uovo nello spazio delle forze generalizzate trasmesse in fondazione. La direzione del percorso di carico ha un effetto anche sulla rigidezza e sulla partecipazione di massa lontano dalle condizioni ultime.

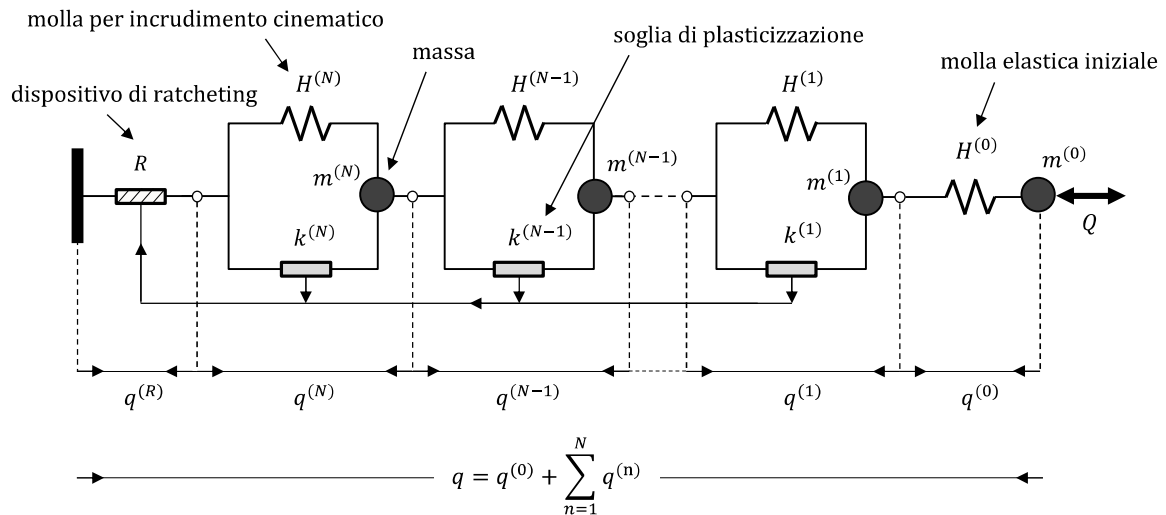


Fig 1. Macro-elemento inerziale multi-superficie proposto da Gorini et al. (2021).

Nel seguito si propone un legame costitutivo atto a descrivere il comportamento dell'insieme pali-terreno, comunemente chiamato in letteratura macro-elemento, che considera gli aspetti distintivi sopra introdotti. Il modello costituisce un'estensione al caso multi-assiale del macro-elemento inerziale proposto da Gorini et al. (2021) per spalle da ponte, illustrato in Figura 1, derivato secondo un approccio termodinamico in modo da garantire la compatibilità energetica dei processi deformativi.

2. Un macro-elemento inerziale energeticamente compatibile

Il macro-elemento del sistema pali-terreno sviluppato in questo lavoro, denominato SPME, esprime una relazione tra le forze di interazione generalizzate, Q_i , scambiate tra la struttura e la fondazione, e i corrispondenti spostamenti generalizzati q_i . I versi positivi delle forze Q_i sono mostrati in Figura 2, con riferimento allo schema di fondazione esaminato da Gorini e Callisto (2021). Il SPME sintetizza il comportamento dei pali, solidali a una platea di fondazione assunta rigida, e del volume di terreno che

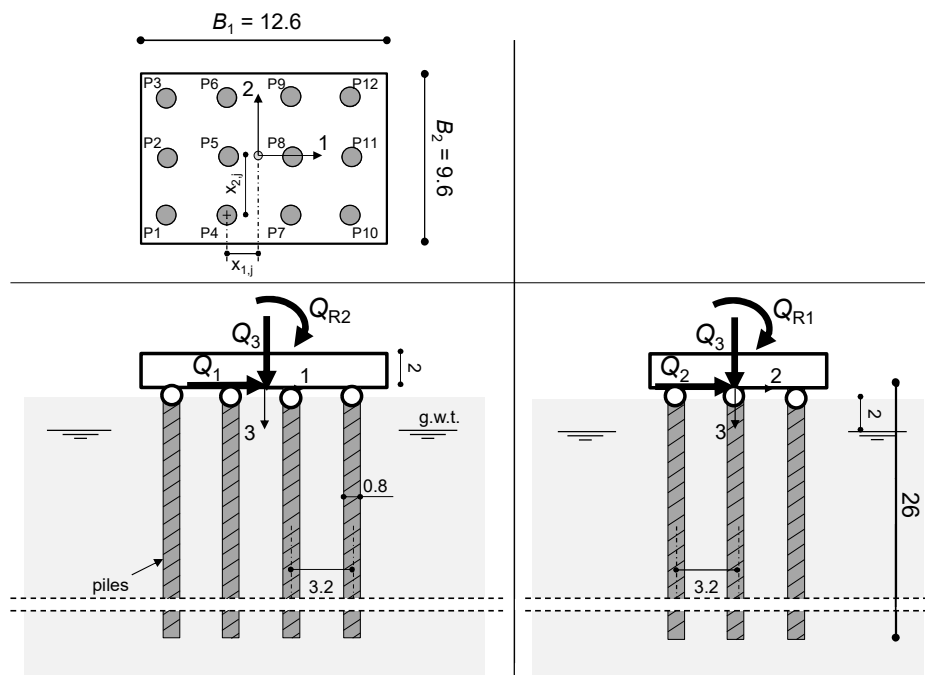


Fig 2. Schema di riferimento di una fondazione su pali (dimensioni della fondazione in metri) e rappresentazione dei versi positivi delle forze generalizzate trasmesse in fondazione.

interagisce con essi. Analogamente al modello in Figura 1, il SPME è un legame elasto-plastico multi-superficie con incrudimento cinematico, la cui risposta incrementale è derivata mediante un approccio termodinamico (Collins and Houlsby 1997). Così facendo la risposta incrementale si ottiene derivando due funzioni potenziali, la funzione energia e la funzione dissipazione. I potenziali incorporano i seguenti caratteri distintivi della risposta dinamica delle fondazioni profonde: risposta non-lineare e dipendente dalla frequenza, la dipendenza dalla direzione di carico e l'incrudimento cinematico. La risposta dissipativa risponde alle seguenti assunzioni: validità del principio di ortogonalità (Ziegler 1977) e legge di flusso associata.

2.1 Funzione energia

La funzione energia del SPME è qui espressa in termini di energia libera di Gibbs:

$$g(Q_i^{(l)}, q_i^{(n)}, m_i^{(n)}) = -\frac{1}{2} \cdot C_{ij}^{(0)} \cdot Q_j^{(0)} \cdot Q_i^{(0)} - \sum_{n=1}^N Q_i^{(n)} \cdot q_i^{(n)} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=1}^N H_{ij}^{(n)} \cdot q_j^{(n)} \cdot q_i^{(n)} - \sum_{n=1}^N m_{ij}^{(n)} \cdot \sum_{h=n}^N \ddot{q}_j^{(h)} \cdot \sum_{k=n}^N q_i^{(k)} + \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=1}^N m_{ij}^{(n)} \cdot \sum_{h=n}^N \dot{q}_j^{(h)} \cdot \sum_{k=n}^N \dot{q}_i^{(k)} \quad (1)$$

che rappresenta una formulazione analoga a quella proposta da Gorini (2019) per le spalle da ponte. L'Eq. 1 conferisce al SPME una risposta elastica a piccoli spostamenti, controllata dalla forma quadratica $0.5 \cdot C_{ij}^{(0)} \cdot Q_j^{(0)} \cdot Q_i^{(0)}$ (vedere Fig. 1) in cui $C_{ij}^{(0)}$ rappresenta la matrice di deformabilità elastica. Quando il vettore forza Q_i raggiunge la superficie di plasticizzazione più interna la risposta diviene elasto-plastica. L'incremento di spostamento plastico è funzione del numero di superfici di plasticizzazione raggiunte istantaneamente dal vettore forza. Le superfici coinvolte nel flusso plastico traslano nello spazio delle forze Q_i secondo una legge di incrudimento cinematico (descritta al Paragrafo 2.2), accumulando energia grazie all'attivazione dei tensori di rigidità $H_{ij}^{(n)}$ associati a ogni superficie ($H_{ij}^{(n)} \cdot Q_j^{(n)} \cdot Q_i^{(n)} > 0$). La dipendenza dalla frequenza della risposta è racchiusa negli ultimi due termini dell'Eq. 1, detti termini inerziali, proporzionali a tensori di massa $m_{ij}^{(n)}$ associati alle N superfici di plasticizzazione. Questa formulazione della funzione energia produce una risposta inerziale che evolve in funzione della risposta plastica incrudente.

2.2 Risposta dissipativa

La risposta dissipativa si sviluppa all'interno del dominio plastico, costituito dall'insieme delle superfici di plasticizzazione nello spazio delle forze generalizzate di interazione Q_i . Le superfici sono assunte omotetiche tra loro e sono inizialmente annidate: presentano una dimensione crescente da quella più interna, che racchiude il nucleo elastico, all'ultima, corrispondente al raggiungimento della capacità ultima multi-assiale del sistema pali-terreno. In queste condizioni, la definizione del dominio plastico necessita dell'individuazione della sola superficie di ultima plasticizzazione. Questa superficie limite è descritta dal modello di iper-uovo proposto da Gorini e Callisto (2021), rappresentato in Figura 3 per il caso di riferimento (Fig. 1): la forma ovoidale del caro limite combinato Q_1 - Q_3 viene progressivamente contratta dai momenti esterni, Q_{R1} e Q_{R2} , seguendo un andamento super-ellittico. L'incrudimento cinematico dell' n -esima superficie di plasticizzazione è espresso dalla traslazione del rispettivo centro $c_i^{(n)}$, relazione che discende dalla formulazione termodinamica utilizzata (Gorini, 2019, Gorini et al. 2021) e che si presenta nella seguente forma:

$$\dot{c}_i^{(n)} = \left[H_{ij}^{(n)} + H_{ij,in}^{(n)} \left(\ddot{q}_j^{(n)}, \ddot{q}_j^{(n)}, m_{ij}^{(n)} \right) \right] \cdot \dot{q}_j^{(n)} \quad (2)$$

tramite cui la traslazione della superficie n -esima si compone di due contributi: un termine cosiddetto *statico*, proporzionale al tensore di rigidità $H_{ij}^{(n)}$, e uno *inerziale*, funzione di una matrice inerziale $H_{ij,in}^{(n)}$ che dipende dalle derivate temporali degli spostamenti plastici.

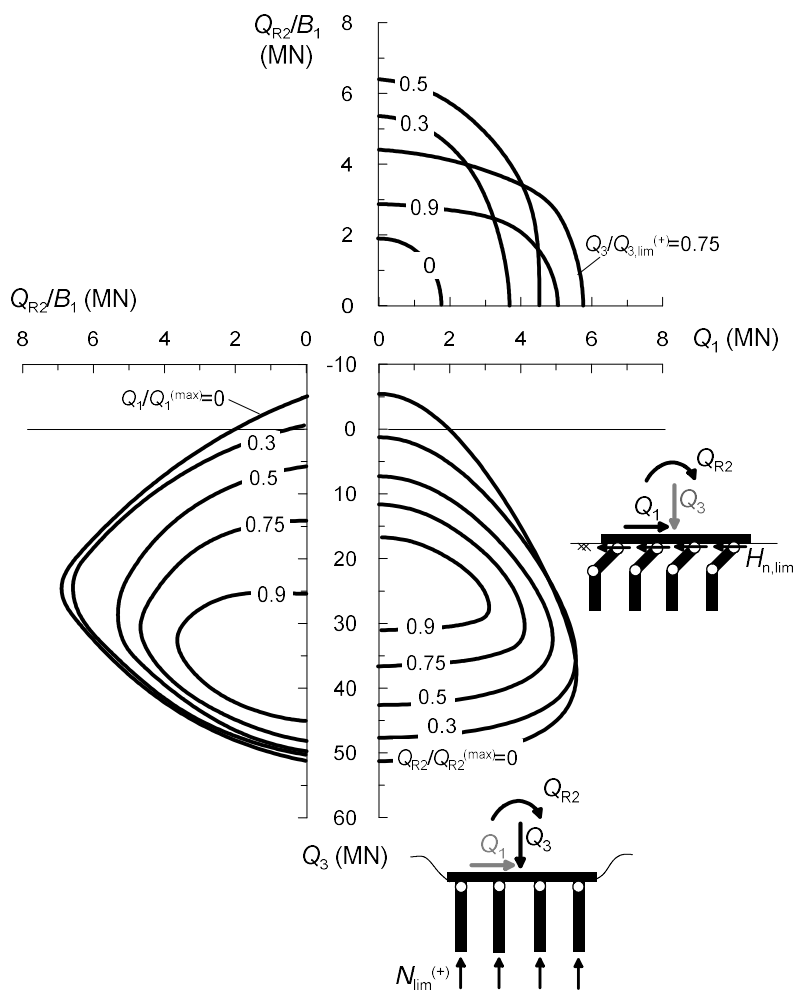


Fig 3. Superficie limite ultima a forma di iper-uovo del SPME per la fondazione profonda di Figura 1 .

3. Applicazione nell'analisi strutturale

La procedura di analisi per l'utilizzo del macro-elemento nell'analisi strutturale è identica a quella descritta in Gorini (2019) e Gorini et al. (2021). Il dominio di sottosuolo si considera suddiviso in due zone, chiamate *far field* e *near field*. Il macro-elemento è pensato per riprodurre la risposta della fondazione e del volume di terreno che interagisce con essa (*near field*). Il *far field* si riferisce invece alla zona di terreno non influenzata dall'interazione terreno-struttura. Pertanto la propagazione delle onde sismiche dal bedrock sino al contorno inferiore del *near field*, che può essere stimato a una profondità di 10 volte il diametro dei pali, viene studiata separatamente mediante un'analisi di risposta sismica locale. Il moto sismico propagato rappresenta l'input sismico da applicare ai macro-elementi nel modello strutturale globale per eseguire analisi dinamiche nel dominio del tempo.

4. Implementazione in ambiente OpenSees e procedura di calibrazione

Il macro-elemento è implementato in ambiente OpenSees (McKenna et al. 2010) come un legame costitutivo appartenente alla classe *NDMaterial*. Esso può essere assegnato a un elemento finito zero-dimensionale sviluppato in questo lavoro, denominato *ZeroLength6D*, costituito da due nodi sovrapposti comunicanti tramite un materiale multi-assiale. L'elemento finito rappresenta una generalizzazione dell'elemento *ZeroLengthND*, già presente in OpenSees per simulare l'accoppiamento direzionale della risposta sui soli gradi di libertà traslazionali, al caso di risposta traslazionale-rotazionale accoppiata.

La legge forze-spostamenti del SPME richiede la calibrazione della superficie ultima, della rigidezza

iniziale e l'identificazione delle caratteristiche modali del sistema spalla-terreno. La superficie limite può essere agevolmente ottenuta mediante la procedura di calcolo proposta da Gorini e Callisto (2021), che fornisce una soluzione di estremo inferiore per i carichi di collasso in condizioni multi-assiali e consente la calibrazione del modello analitico di iper-uovo deputato a descrivere la superficie ultima. Gli effetti inerziali associati alla risposta dinamica della fondazione su pali possono essere simulati in prima approssimazione mediante il solo tensore di massa $m_{ij}^{(0)}$, relativo a piccoli livelli di spostamento, di facile identificazione. Ogni componente $m_{ij}^{(0)}$ viene calcolata in funzione della relativa rigidezza $H_{ij}^{(0)}$ e periodo di vibrazione T_i . Questi ultimi possono essere identificati tramite il codice di calcolo DYNA (El Naggar et al., 2011) che consente di ottenere l'andamento della rigidezza dinamica $H_{ij}^{(dyn)}$ del sistema pali-terreno al variare del periodo della forzante. Quindi si ricava la rigidezza $H_{ij}^{(0)}$, pari alla rigidezza dinamica per periodi lunghi, e il periodo di vibrazione fondamentale, corrispondente al punto di minimo della funzione di impedenza $H_{ij}^{(dyn)}$. Il valore di $m_{ij}^{(0)}$ si può quindi ottenere mediante l'equazione del periodo di vibrazione di un sistema a un grado di libertà.

Nella sua versione attuale in OpenSees, il materiale del SPME non possiede una risposta in frequenza (funzione energia priva dei termini inerziali), per cui è necessario assegnare il tensore di massa $m_{ij}^{(0)}$ al nodo di contatto tra la struttura in elevazione e il macro-elemento.

5. Risposta del macro-elemento e considerazioni conclusive

Seguendo la procedura esposta al paragrafo precedente, il macro-elemento è stato calibrato con riferimento alla fondazione su pali in esame (Fig. 2), di cui si omettono i risultati per brevità. La risposta meccanica del SPME è rappresentata nelle Figure 4 e 5, per alcuni percorsi di carico monotoni e ciclici, adottando un numero di superfici di plasticizzazione pari a 6 e non considerando l'effetto delle masse $m_{ij}^{(n)}$. Nella prima figura il SPME viene perturbato tramite una progressione di spostamenti, applicati nelle direzioni orizzontale e verticale, e di rotazioni intorno all'asse 2, producendo il percorso di carico illustrato in Figura 4a. La risposta costitutiva ha un forte carattere direzionale e non-lineare, evolvendo con regolarità sino alla superficie limite, come testimoniato dalle curve forze-spostamenti generalizzati in Figura 4b. Le superfici di plasticizzazione seguono lo stato di sforzo durante l'analisi incrementale in accordo con la legge di incrudimento cinematico definita

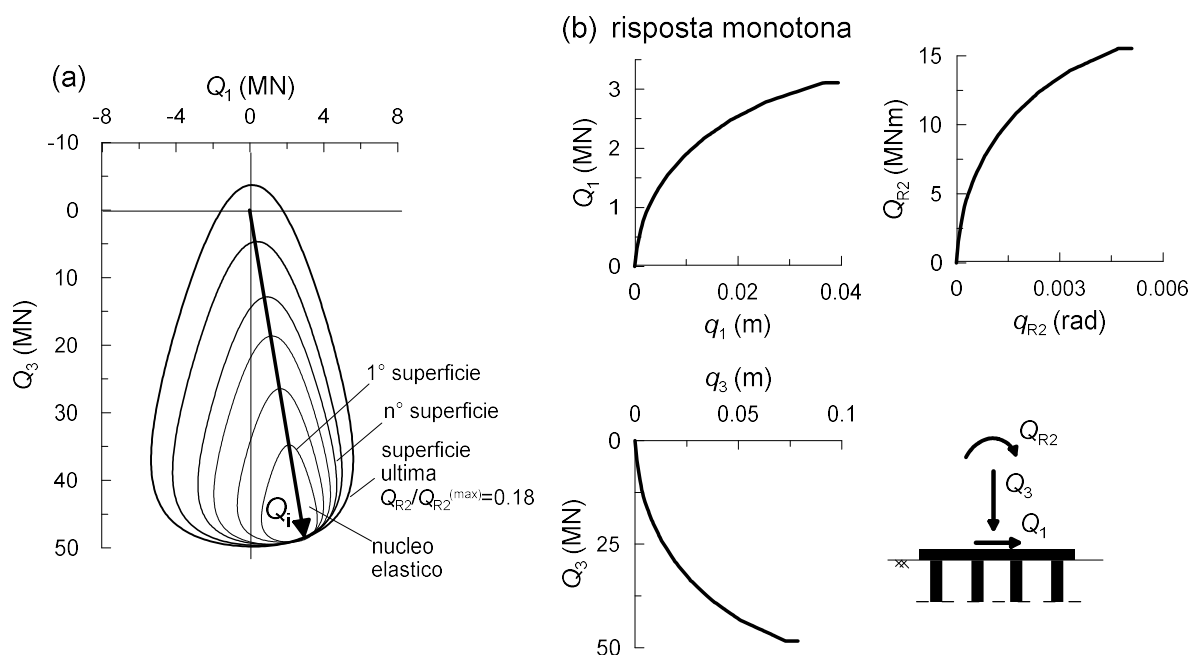


Fig 4. (a) Configurazione del dominio plastico nel piano Q_1 - Q_3 nelle condizioni ultime del SPME, associate al percorso di carico Q_i ; (b) risposta monotona del macro-elemento.

nell'Eq. 2. Questo effetto è ancora più evidente nella risposta ciclica del SPME. Come mostrato in Figura 5a, il SPME viene sollecitato mediante una storia di spostamenti di ampiezza crescente nel tempo lungo la direzione orizzontale 1 e in Figura 5b si osserva come la progressiva mobilitazione della resistenza porti a dei cicli forza-spostamento sempre più aperti dissipando energia per effetto della risposta plastica incrudente del legame.

Risultati sintetici, che sottolineano la presenza di ingredienti chiave per simulare la risposta dinamica delle fondazioni profonde in condizioni di carico multi-assiali nell'analisi delle strutture, fornendo al contempo un incremento di onere di calcolo limitato alla determinazione della risposta costitutiva soltanto sui 5 gradi di libertà del macro-elemento.

Bibliografia

- Collins I. F., Houlsby G. T. (1997). "Application of thermomechanical principles to the modeling of geotechnical materials". Proc. R. Soc. Lond. Ser., A 453, 1964:1975-2001.
- Correia A. A. (2011). "A Pile-Head Macro-Element Approach to Seismic Design of Monoshaft-Supported Bridges". PhD thesis: ROSE School Università degli Studi di Pavia & Istituto Universitario di Studi Superiori, Pavia, Italy.
- Di Laora R., de Sanctis L., Aversa S. (2019). "Bearing capacity of pile groups under vertical eccentric load". Acta Geotech, 14(1):193-205.
- Gerolymos N., Gazetas G. (2005). "Phenomenological model applied to inelastic response of soil-pile interaction systems". Soils Found., 45(4):119-132.
- Gerolymos N., Papakyriakopoulos O., Brinkgreve R. B. J. (2015). "Macroelement modelling of piles in cohesive soil subjected to combined lateral and axial loading". Proc. 8th Eur. Conf. on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Delft, Balkema, Rotterdam.
- Gorini D. N., Callisto L. (2021). "Generalised ultimate loads for pile groups". Accettato per la pubblicazione in Acta Geotechnica.
- Gorini D. N., Callisto L., Whittle A. J. (2020). "An inertial macroelement for bridge abutments". Geotechnique. <https://doi.org/10.1680/jgeot.19.P.397>.
- Gorini D. N. (2019). "Soil-structure interaction for bridge abutments: two complementary macro-elements". PhD thesis, Sapienza University of Rome, Rome, Italy.
- McKenna, F., Scott, M. H., Fenves, G. L. (2010). "Nonlinear finite-element analysis software architecture using object composition." Journal of Computing in Civil Engineering, 24(1):95-107.
- Ziegler H. (1977). "An introduction to thermomechanics". Amsterdam, the Netherlands: North Holland.

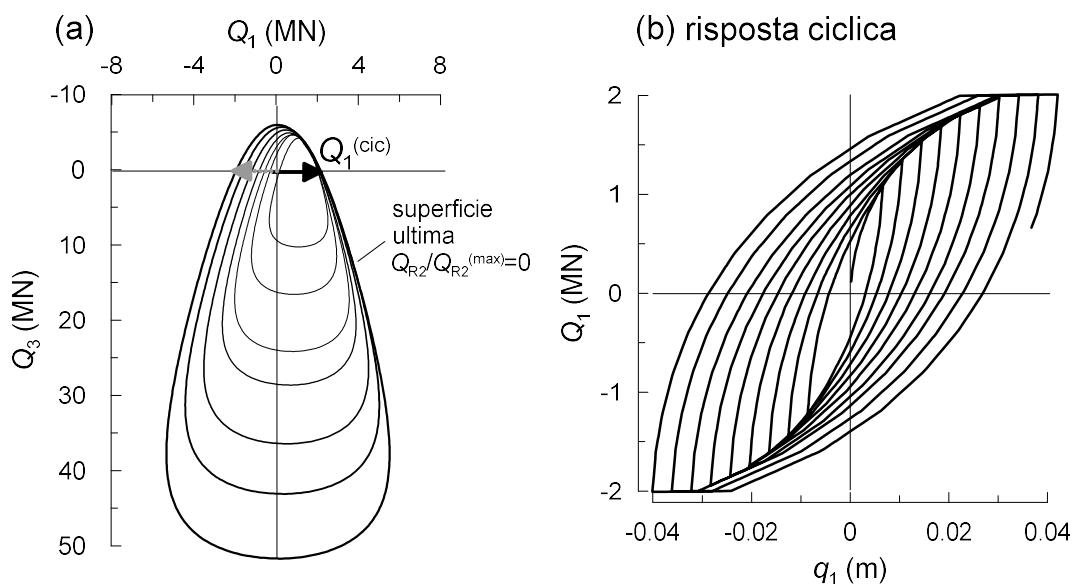


Fig 5. Risposta ciclica del macro-elemento secondo il grado di libertà 1: (a) configurazione del dominio plastico nel piano Q_1 - Q_3 in un istante in cui si raggiunge la capacità ultima; (b) curva forza-spostamento.