

# **VALUTAZIONE SEMPLIFICATA DEL MOMENTO FLETTENTE CINEMATICO CONSIDERANDO IL COMPORTAMENTO NON LINEARE DEL PALO E DEL TERRENO**

Stefano Stacul  
*Università di Pisa*  
*stefano.stacul@ing.unipi.it*

Emmanouil Rovithis  
*Institute of Engineering Seismology and Earthquake Engineering (ITSAK) – Thessaloniki, Greece*  
*rovithis@itsak.gr*

Raffaele Di Laora  
*Università degli Studi della Campania Luigi Vanvitelli*  
*raffaele.dilaora@unicampania.it*

## **Sommario**

Nel presente contributo viene studiato il problema del momento flettente cinematico indotto alla testa di un palo in calcestruzzo armato (impedito di ruotare in testa) per effetto del passaggio delle onde sismiche nel caso di elevati livelli di deformazione di taglio nel terreno, tenendo conto anche del comportamento non lineare del palo. A tal fine viene preso in esame un palo immerso in un deposito di argilla NC, alla base del quale vengono applicati sette accelerogrammi caratterizzati da diverso contenuto in frequenza. Tali input sismici sono stati scalati a tre livelli crescenti di accelerazione di picco su roccia. In tal modo è possibile studiare il momento cinematico al crescere dei livelli deformativi nel terreno, specialmente, nel caso in cui questi ultimi superano i valori oltre i quali il comportamento del terreno non può più essere approssimato con un modello lineare equivalente. Viene quindi illustrata una procedura analitica semplificata per valutare il momento cinematico alla testa del palo, i cui risultati verranno confrontati con quelli ottenuti da analisi numeriche più sofisticate.

## **1. Introduzione**

I pali di fondazione, anche in zone sismiche, sono tradizionalmente progettati per resistere alle azioni di natura inerziale provenienti dalla sovrastruttura. Tuttavia, per effetto del passaggio delle onde sismiche nel terreno, il palo è soggetto a delle sollecitazioni aggiuntive di natura cinematica, che sarebbero presenti anche in assenza della sovrastruttura. In alcuni casi, i momenti cinematici indotti alla testa del palo o a profondità più elevate (in prossimità di interfacce tra strati con diversa rigidità) possono essere più elevati di quelli dovuti alle azioni di natura inerziale.

Il momento cinematico può essere interpretato come il risultato di due fenomeni simultanei, ovvero, da un lato il terreno cerca di imporre i suoi spostamenti al palo in ogni istante, dall'altro, il palo si oppone a seguire la deformata imposta dal terreno grazie alla sua rigidità flessionale. Il primo fenomeno è legato alla risposta sismica del terreno in condizioni di campo libero, mentre il secondo è un problema di interazione palo-terreno. È quindi evidente che l'esecuzione di un'appropriata analisi di risposta sismica del terreno rappresenta uno step fondamentale per la valutazione delle sollecitazioni di natura cinematica. Il metodo lineare equivalente è largamente utilizzato per stimare la risposta sismica del terreno in condizioni di campo libero quando le deformazioni di taglio nel terreno non eccedono valori di soglia dell'ordine di 0.2-0.4% (Kaklamanos et al., 2013). In questo caso, il terreno si trova lontano dalle condizioni di rottura e un'approssimazione di tipo lineare equivalente è accettabile.

L'approccio lineare equivalente fa infatti uso di appropriate curve di decadimento della rigidezza ( $G-\gamma$ ) e di incremento delle capacità dissipative ( $D-\gamma$ ) all'aumentare del livello di deformazione.

Fintanto che una modellazione lineare equivalente può ritenersi accettabile, il momento cinematico alla testa del palo può essere valutato mediante una soluzione analitica semplificata proposta da Di Laora e Rovithis (2015), a patto che nella sua applicazione si tenga conto del profilo della rigidezza mobilitata del terreno, ovvero quello compatibile con le deformazioni di taglio registrate nel free-field. Tuttavia, nel caso di livelli di deformazioni molto elevati, come quando un terreno soffice è soggetto ad un'azione sismica elevata, l'ipotesi di una risposta del terreno controllata esclusivamente dalla sua rigidezza può rivelarsi inappropriata, dato che in questa circostanza, anche la resistenza a taglio del terreno giocherà un ruolo importante, se non addirittura dominante. In questo caso, la risposta del terreno in condizioni di campo libero potrà essere valutata mediante un'analisi non lineare che tenga conto della sua resistenza. La valutazione del momento flettente cinematico, invece, sembra essere possibile solo attraverso analisi numeriche complesse dell'intero sistema palo-terreno, considerando, almeno per il terreno, modelli costitutivi avanzati. Il presente lavoro ha l'obiettivo di illustrare come l'introduzione di specifiche correzioni consenta l'applicabilità della soluzione analitica semplificata anche quando: (1) i livelli di deformazione nel terreno diventano elevati (sforzi di taglio prossimi alla resistenza); (2) il palo è caratterizzato da un comportamento non lineare.

## 2. Caratteristiche del sistema palo-terreno oggetto di studio

Il sistema oggetto di studio è costituito da un palo impedito di ruotare in testa immerso in un deposito di argilla NC satura di spessore di 30 m che poggia su roccia (Figura 1). La  $V_{s,30}$  del deposito è di 100 m/s. Il palo è caratterizzato da un peso dell'unità di volume di  $24 \text{ kN/m}^3$  e da un modulo elastico (nel caso di palo lineare-elastico)  $E_p = 25 \text{ GPa}$ . Ulteriori dettagli sono riportati in Stacul et al. (2021).

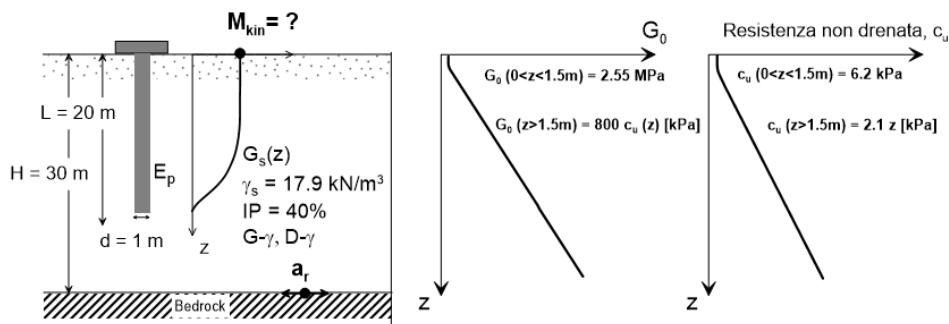


Fig 1. Palo singolo impedito di ruotare in testa in un deposito di argilla NC.

Per studiare lo sviluppo del momento cinematico alla testa del palo sono stati considerati sette accelerogrammi, selezionati dal PEER Strong Motion Database. In Figura 2 si riportano gli spettri di risposta di tali input, normalizzati rispetto alla corrispondente accelerazione di picco su roccia (PRA). Sono stati esaminati tre livelli di intensità dell'input, scalando gli input a 3 livelli di PRA (0.10g, 0.15g, 0.25g). In Stacul et al. (2021) tale sistema è stato studiato mediante analisi dinamiche nel dominio del tempo con il codice alle differenze finite FLAC3D (Figura 3), mentre la risposta sismica del deposito in condizioni di campo libero è stata studiata mediante analisi lineari equivalenti e non lineari nel dominio del tempo con il codice DEEPSOIL. Per riprodurre il comportamento non lineare del terreno in FLAC3D e in DEEPSOIL sono stati impiegati rispettivamente il modello costitutivo UCSDClay (Elgamal et al., 2008) ed il modello GQ/H (General Quadratic/Hyperbolic model, Groholski et al., 2016), in quanto tali modelli consentono di considerare anche la resistenza del terreno.

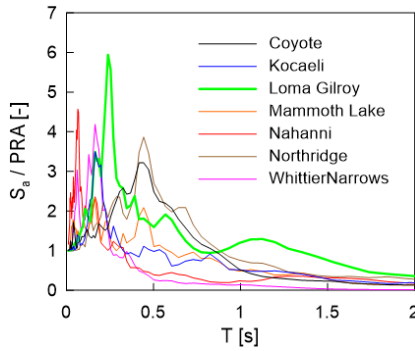


Fig 2. Spettri di risposta normalizzati degli input sismici selezionati.

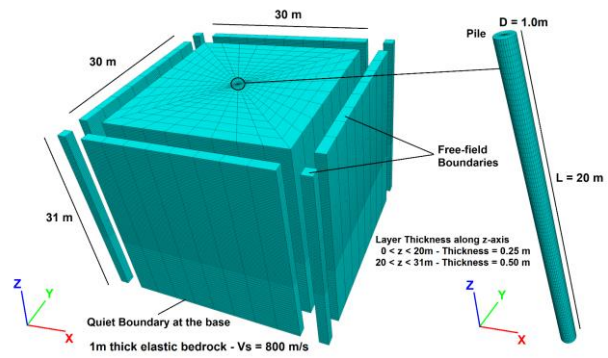


Fig 3. Modello numerico alle differenze finite del sistema palo-terreno in FLAC3D.

In Figura 4 sono mostrati i risultati delle analisi di risposta sismica in condizioni free-field, ottenuti con DEEPSOIL e FLAC3D. Il profilo delle deformazioni di taglio effettive (0.65 volte quelle massime) relativo ad ogni input è stato utilizzato per ricavare i rispettivi profili mobilitati del modulo di taglio e dello smorzamento sulla base delle curve  $G/G_0 - \gamma - D(\%)$  dei modelli UCSDClay e GQ/H. In Figura 4d vengono mostrati i profili mobilitati medi del modulo  $G$ , ottenuti con le analisi non lineari e lineari equivalenti. Il comportamento fortemente non lineare del terreno genera grandi deformazioni inelastiche dell'ordine dell'1%, e nelle analisi non lineari con i modelli GQ/H e UCSDClay gli sforzi di taglio sviluppati vengono limitati dalla bassa resistenza a taglio  $c_u$  dell'argilla soffice, cosa che invece non accade con le analisi lineari equivalenti. Di conseguenza, per questo deposito, una modellazione lineare equivalente appare inappropriata, in quanto la resistenza gioca un ruolo rilevante.

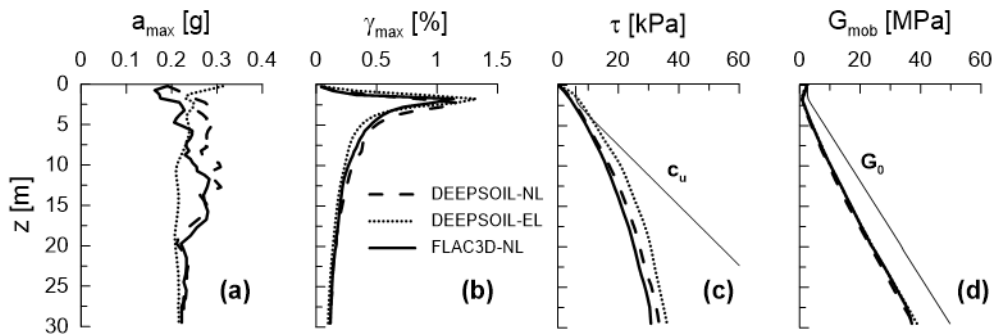


Fig 4. Confronto tra i risultati delle analisi di risposta sismica ottenuti con DEEPSOIL (EL e NL) e FLAC3D per il profilo di terreno di argilla NC. Tutti i grafici si riferiscono ad una PRA = 0.25g.

### 3. Procedura semplificata per la valutazione del momento cinematico alla testa del palo

Nel caso generale di un deposito con un profilo del modulo di taglio che varia continuamente con la profondità secondo la legge  $G_s(z) = G_{sd}[a + (1-a)z/d]^n$ , dove  $G_{sd}$  è il modulo di taglio alla profondità di un diametro del palo ( $z = d$ ), e  $a$  ed  $n$  sono dei fattori adimensionali che controllano il profilo della rigidità, la lunghezza attiva del palo ( $L_a$ ) può essere calcolata mediante la relazione (Karatzia e Mylonakis, 2016):

$$L_a = \frac{d}{1-a} \left\{ \left[ a^{\frac{n+4}{4}} + \frac{5}{16}(n+4)(1-a) \left( \frac{\pi E_p}{2 E_{sd}} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^{\frac{4}{n+4}} - a \right\} \quad (1)$$

dove  $E_{sd}$  è il modulo di Young del terreno alla profondità  $z = d$ . Per depositi di questo tipo, è

disponibile una formula semplificata per il momento alla testa del palo (Di Laora e Rovithis, 2015). Questa formula si basa sull'ipotesi che esiste una porzione efficace di terreno (proporzionale alla lunghezza d'onda caratteristica del sistema palo-terreno) che controlla il momento alla testa. Nello stesso lavoro è stato introdotto il concetto di curvatura efficace del terreno,  $(1/R)_{s,eff}$ , data dal rapporto tra la deformazione di taglio  $\gamma_s(z_{eff})$  ad una profondità efficace ( $z_{eff}$ ) e la  $z_{eff}$  stessa (i.e.,  $(1/R)_{s,eff} = \gamma_s(z_{eff}) / z_{eff}$ ). Inoltre è stato dimostrato che in caso di accelerazione costante nel terreno,  $a_s$ , il rapporto tra la curvatura del palo  $(1/R)_p$  e  $(1/R)_{s,eff}$  è uguale ad 1 nel caso di pali lunghi (Di Laora e Rovithis, 2015). Questo consente di valutare il momento cinematico alla testa del palo con la formula:

$$M_{kin} = E_p I_p (1/R)_p = E_p I_p (1/R)_{s,eff} = E_p I_p \frac{\gamma_s(z_{eff})}{z_{eff}} \quad (2)$$

dove la profondità  $z_{eff}$  è pari alla metà della lunghezza attiva del palo  $L_a$ . Per applicare l'Equazione 2 anche nel caso di depositi "reali", bisogna eseguire un'operazione di fitting del profilo del modulo di taglio mobilitato (ottenuto con un'analisi di risposta sismica) con quello dato dalla legge  $G_s(z) = G_{sd}[a + (1-a)z/d]^n$ . Ciò consente di ottenere i parametri  $G_{sd}$ ,  $a$  ed  $n$  e quindi di calcolare  $L_a$  e  $z_{eff}$ . Visto che questi parametri sono interrelati, si dovrà seguire una procedura iterativa. Per inizializzare questa procedura si può assumere che  $L_a = 10d$  ed eseguire un'interpolazione lineare ai minimi quadrati (i.e., porre  $n = 1$ ). Una singola iterazione spesso è sufficiente ad ottenere risultati accurati.

Lo studio del sistema palo-terreno di Figura 1, in cui si sviluppano significative deformazioni di taglio (0.8-1%), ha messo in evidenza la necessità di introdurre delle modifiche all'Equazione 2 al fine di tener conto sia della risposta marcatamente non lineare del terreno sia degli effetti della frequenza. Si ricorda infatti che l'Equazione 2 si basa sull'ipotesi cautelativa di accelerazione costante del terreno. In altre parole, l'Equazione 2 risulta valida se il contenuto in frequenza della time history di  $\gamma_s(z_{eff})$  che controlla la domanda cinematica è spostato sulle basse frequenze. L'effetto della frequenza può essere tenuto in conto prendendo in considerazione l'espressione del rapporto tra la curvatura del palo in condizioni dinamiche  $(1/R)_{p,dyn}$  e la curvatura del palo in condizioni statiche  $(1/R)_{p,static}$  (Di Laora e Rovithis, 2015):

$$\frac{(1/R)_{p,dyn}}{(1/R)_{p,static}} = \frac{1}{1 + 0.02(\omega L_a / V_{s,av})^3} \quad (3)$$

dove  $\omega$  è la frequenza ciclica dell'eccitazione e  $V_{s,av}$  è la velocità delle onde di taglio media entro  $z_{eff}$ . La  $V_{s,av}$  è data da:

$$V_{s,av} = V_{s,d} \frac{L_a(a-1)(n-2)}{4d} \left[ \left( a + (1-a) \frac{L_a}{d} \right)^{1-n/2} - a^{1-n/2} \right]^{-1} \quad (4)$$

dove  $V_{s,d}$  è la velocità di propagazione delle onde di taglio mobilitata alla profondità di un diametro. L'Equazione 3 è una funzione continua di  $\omega$ , pertanto, al fine di ottenere una stima unica del momento cinematico alla testa del palo in regime dinamico, si prenderà in considerazione una frequenza ciclica media  $\omega_{m,\gamma}$  come indice del contenuto in frequenza della time history di  $\gamma_s(z_{eff})$ . Prendendo spunto dalla definizione di periodo medio ( $T_m$ ) di un accelerogramma introdotta da Rathje et al. (1998),  $\omega_{m,\gamma}$  può essere calcolato come segue:

$$\omega_{m,\gamma} = 2\pi \frac{\sum_i C_{i,\gamma}^2}{\sum_i C_{i,\gamma}^2 \left( \frac{1}{f_i} \right)} \quad (5)$$

dove  $C_{i,\gamma}$  rappresenta l'ampiezza dello spettro di Fourier della time history di  $\gamma_s(z_{eff})$  in corrispondenza di una frequenza discreta  $f_i$  dello spettro di Fourier, con  $f_i$  compresa tra 0.25 Hz e 20 Hz. Si ottiene, quindi, la formula semplificata finale per la valutazione del momento cinematico alla testa che tiene

conto anche degli effetti della frequenza:

$$M_{kin} = E_p I_p \frac{\gamma_{max,s}(z_{eff})}{z_{eff}} \frac{1}{1 + 0.02 \left( \omega_{m,\gamma} L_a / V_{s,av} \right)^3} \quad (6)$$

Dal confronto tra i momenti cinematici ottenuti con il modello palo-terreno studiato in FLAC3D e quelli ottenuti mediante l'Equazione 6 (Figura 5a) è possibile osservare un ottimo accordo.

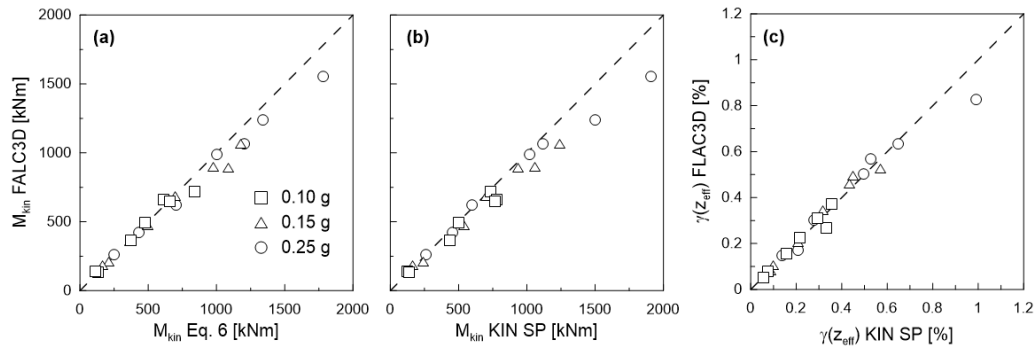


Fig 5. Confronto tra i momenti cinematici ottenuti con: (a) FLAC3D e l'Equazione 6; (b) FLAC3D e KIN SP. (c) Confronto tra le deformazioni di taglio alla profondità efficace ottenute con FLAC3D e KIN SP.

Questo suggerisce che la semplice formula analitica (Equazione 6) è applicabile anche nel campo fortemente non lineare della risposta del terreno. Pertanto, gli effetti dinamici e non lineari non fanno altro che modificare le deformazioni del terreno in condizioni free-field, mentre il meccanismo di interazione cinematica palo-terreno resta di natura statica e lineare-equivalente. Questo getta luce sulla vera natura del meccanismo di interazione cinematica palo-terreno che quindi può essere considerato controllato dalla rigidità anche se la risposta del terreno in condizioni free-field è controllata dalla resistenza. Questo risultato generalizza le indicazioni fornite nei lavori di Garala et al. (2020), Mucciacciaro e Sica (2018) e Stacul e Squeglia (2020) e circa il ruolo di controllo esercitato dalla rigidità mobilitata del terreno nei confronti del momento cinematico. Nelle Figure 5b e 5c sono illustrati anche i risultati ottenuti mediante l'utilizzo di un codice BEM (KIN SP, Stacul e Squeglia, 2018, 2020) che si è dimostrato in grado di riprodurre molto bene i risultati ottenuti con FLAC3D, sia in termini di momento alla testa sia di  $\gamma_s(z_{eff})$ . KIN SP è stato poi utilizzato per condurre delle analisi di interazione cinematica nelle quali è stato tenuto in conto anche il comportamento non lineare del palo. KIN SP consente di considerare un diagramma momento-curvatura ( $M-\psi$ ) bi-lineare, dove la rigidità flessionale iniziale,  $(E_p I_p)_1$ , è quella della sezione non fessurata fino al momento di fessurazione ( $M_{cr}$ ), mentre la rigidità post-fessurazione,  $(E_p I_p)_2$ , è data da  $(M_y - M_{cr}) / (\psi_y - \psi_{cr})$ , dove  $\psi_{cr}$  è la curvatura in corrispondenza di  $M_{cr}$  e  $M_y$  e  $\psi_y$  sono il momento e la curvatura in corrispondenza dello snervamento. I percorsi di scarico/ricarico post-fessurazione sono regolati dalla rigidità flessionale secante,  $(E_p I_p)_{sec}$ , data da  $M_{max} / \psi_{max}$  dove  $M_{max}$  e  $\psi_{max}$  sono i valori di momento e curvatura massimi raggiunti nell'analisi. Si presentano in questa nota i risultati ottenuti impiegando 3 diversi diagrammi  $M-\psi$  corrispondenti a 3 diversi valori del rapporto di armatura ( $\rho_s = 0.5\%$ ,  $1\%$  e  $2\%$ ). Si è ipotizzato che la rigidità flessionale iniziale di questi diagrammi  $M-\psi$  coincidesse con quella del palo con comportamento lineare-elastico. È stata infine sviluppata una procedura iterativa per tenere conto della non linearità del palo nell'applicazione della formula semplificata (Equazione 6). La procedura iterativa prevede i seguenti passaggi: (1) si valutano  $L_a$ ,  $z_{eff}$ ,  $V_{s,av}$ ,  $\gamma_s(z_{eff})$  e  $\omega_{m,\gamma}$  considerando la rigidità flessionale iniziale  $(E_p I_p)_1$ ; (2) si calcola il momento ( $M$ ) con l'Equazione 6, se tale  $M$  risultasse maggiore di  $M_{cr}$  si sostituirà il modulo elastico  $E_p$  con un modulo 'efficace' ( $E_{p,eff}$ ) valutato con l'Equazione 7; (3) il modulo  $E_{p,eff}$  verrà utilizzato per aggiornare i valori di  $L_a$ ,  $z_{eff}$ ,  $V_{s,av}$ ,  $\gamma_s(z_{eff})$  e  $\omega_{m,\gamma}$ ; (4) si ripetono i passaggi (2) e (3) fino a convergenza del valore di  $E_{p,eff}$  (e del risultante valore di  $M$ ). Nello step (2) il valore aggiornato di  $M$  sarà calcolato con l'Equazione 6 dove  $E_p$  verrà posto pari a

$E_{p,eff}$  e  $I_p$  sarà l'inerzia della sezione intatta, immaginando che la riduzione della rigidità flessionale possa essere portata in conto andando a modificare il valore del modulo elastico del palo.

$$E_{p,eff} = E_p \frac{(E_p I_p)_1 \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M}\right) + (E_p I_p)_2 \cdot \left(\frac{M - M_{cr}}{M}\right)}{(E_p I_p)_1} \quad (7)$$

Una procedura analoga può essere sviluppata anche per diagrammi  $M-\psi$  più complessi rispetto al legame bi-lineare considerato in questo lavoro. In Figura 6 si mostra la bontà della procedura semplificata sviluppata confrontandone i risultati con quelli ottenuti mediante KIN SP.

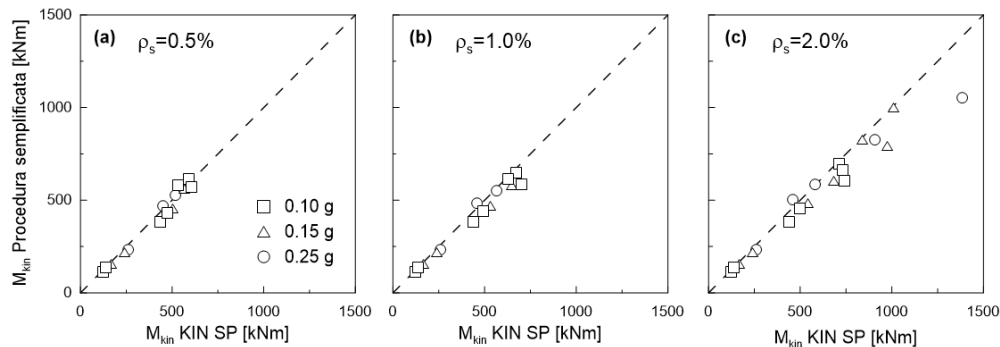


Fig 6. Confronto tra i momenti cinematici ottenuti con KIN SP (palo e terreno NL) e la procedura semplificata.

## Bibliografia

- Di Laora R., Rovithis E. (2015). “Kinematic bending of fixed-head piles in nonhomogeneous soil”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 141(4), 04014126.
- Elgamal A., Yan L., Yang Z., Conte J.P. (2008). “Three-dimensional seismic response of Humboldt Bay bridge foundation-ground System”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 134(7), 1165-1176.
- Garala T.K., Madabhushi S.P.G., Di Laora R. (2020). “Experimental investigation of kinematic pile bending in layered soils using dynamic centrifuge modelling”, *Géotechnique*, 1-16.
- Groholski D.R., Hashash Y.M.A., Kim B., Musgrove M., Harmon J., Stewart J.P. (2016). “Simplified model for small-strain nonlinearity and strength in 1D seismic response analysis”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 142(9): 04016042.
- Kaklamanos J., Bradley B.A., Thompson E.M., Baise L.G. (2013). “Critical parameters affecting bias and variability in site-response analyses using KiK-net downhole array data”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 103(3), 1733-1749.
- Karatzia X., Mylonakis G. (2016). “Discussion of Kinematic Bending of Fixed-Head Piles in Nonhomogeneous Soil by Raffaele Di Laora and Emmanouil Rovithis”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 142 (2), 07015042.
- Mucciacciaro M., Sica, S. (2018). “Nonlinear soil and pile behaviour on kinematic bending response of flexible piles”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 107, 195–213.
- Rathje E.M., Abrahamson N.A., Bray J.D. (1998). “Simplified frequency content estimates of earthquake ground motions”, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124(2), 150–159.
- Stacul S., Rovithis E., Di Laora R. (2021). “Kinematic Pile-Head Bending under Large Earthquake-Induced Shear Strains”. Proc. 8<sup>th</sup> Int. Conf. on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPDYN 2021), Athens, Greece.
- Stacul S., Squeglia, N. (2018). “KIN SP: A boundary element method based code for single pile kinematic bending in layered soil”, *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 10 (1), 176-187.
- Stacul S., Squeglia N. (2020). “Simplified assessment of pile-head kinematic demand in layered soil”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 130, 105975.