

ANISOTROPIA DI COMPORTAMENTO ELASTICO IN ROCCE FOLIATE MICROFESSURATE

Tatiana Rotonda

Dip. Ing. Strutturale e Geotecnica, Sapienza Università di Roma, Roma
tatiana.rotonda@uniroma1.it

Sommario

Il comportamento tenso-deformativo anisotropo che si osserva nelle rocce foliate dipende dalla disposizione spaziale dei fillosilicati, ai quali è associata una distribuzione di fessure ad essi allineati. Alla scala di laboratorio, la simmetria elastica può essere rappresentata dall'isotropia trasversale. Nella nota sono presentate le osservazioni sperimentali su due gneiss della stessa formazione, che presentano un comportamento di resistenza equivalente, ma deformabilità diverse. Le misure di deformabilità dinamica e statica sotto carico dimostrano l'influenza della progressiva chiusura delle fessure aperte sui tensori di deformabilità. La relazione tra i parametri elastici e le caratteristiche delle distribuzioni delle fessure è discussa nel quadro di modelli di fessure non interagenti, ipotizzando la presenza di una serie di fessure planare ed una isotropa. Le diverse deformabilità dei due gneiss possono essere attribuite alle diverse densità di fessure delle due distribuzioni di fessure.

1. Introduzione

Nelle opere di ingegneria in ammassi rocciosi con comportamento anisotropo di deformabilità e resistenza l'adozione di modelli di comportamento isotropo potrebbe risultare poco accurato. In termini di comportamento deformativo l'uso di modelli elastici anisotropi è necessario per stimare lo stato tensionale mediante misure di rilascio sulle pareti di gallerie o fori di sondaggio, così come per ricavare la deformabilità da prove di carico su piastra.

Nella nota vengono discusse le osservazioni sperimentali di caratteristiche elastiche anisotrope condotte su due gneiss della stessa formazione. Il tensore di deformabilità dinamica è stato stimato da misure di velocità delle onde P e S in prove triassiali isotrope. Inoltre, il tensore di deformabilità statica è stato stimato da misure in condizioni di sforzo deviatorico. Dalle misure statiche e dinamiche, in modo indipendente, sono stati applicati due modelli per la stima delle distribuzioni di densità di fessure aperte per entrambi gli gneiss, evidenziandone le differenze (Rotonda 2021).

2. Anisotropia nelle rocce foliate

Il comportamento anisotropo osservato nelle rocce è dovuto ad un orientamento preferenziale di uno o più dei seguenti elementi strutturali: (i) reticoli cristallini dei minerali costituenti; (ii) vuoti non dimensionali, in particolare microfessure aperte o chiuse; (iii) grani o cristalli non dimensionali.

Nelle rocce foliate l'anisotropia dipende dai primi due tipi. L'anisotropia derivante dall'orientamento dei reticoli è denominata "intrinseca" o "della matrice solida". Tuttavia, l'anisotropia intrinseca è di scarsa rilevanza, poiché i piani di scistosità sono piani di debolezza dove si sviluppano fessure orientate. La coincidenza tra l'orientamento dei reticoli cristallini e le fessure determina una struttura planare, il cui modello elastico è l'isotropia trasversale (TI).

La rilevanza della presenza delle fessure nel comportamento deformativo è segnalata dalla dipendenza del grado di anisotropia dalla tensione applicata. Inoltre, la variazione delle costanti elastiche con l'orientamento del provino è molto diversa da quella prevista dal tensore della matrice solida.

3. Modelli elastici di mezzi microfessurati

Nella legge di Hooke generalizzata le proprietà elastiche di un mezzo anisotropo sono rappresentate da un tensore di elasticità, che per le rocce caratterizzate da isotropia trasversale (TI) sono solo 5.

Nelle rocce anisotrope fessurate il tensore di deformabilità \mathbf{M} può essere considerato come derivante dalla somma dei tensori della matrice solida \mathbf{M}_m , ottenuto mediando le deformabilità dei diversi minerali, e dei vuoti $\Delta\mathbf{M}$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_m + \Delta\mathbf{M} \quad (1)$$

Il contributo elastico dei vuoti $\Delta\mathbf{M}$ può essere valutato sulla base di diversi modelli. Tra questi, sono stati applicati al caso di studio due modelli: il primo basato sul mezzo continuo equivalente che include le rigidità delle fessure, il secondo basato sull'ipotesi di "tensione equivalente" per fessure non interagenti (Mori & Tanaka 1973, Kachanov 1980).

Entrambi i modelli sono stati applicati nell'ipotesi che la matrice \mathbf{M}_m sia isotropa.

1.1 Modello basato sulla rigidità normale e di taglio delle fessure

Nei modelli di mezzo continuo equivalente, tipici della scala degli ammassi rocciosi, l'effetto delle fessure è considerato inglobato nel mezzo omogeneo, nell'ipotesi che la spaziatura media dei vari sistemi di fessure sia piccola rispetto alle dimensioni caratteristiche del volume di interesse (REV).

Il contributo delle fessure alla deformabilità della roccia $\Delta\mathbf{M}$ (rel. (1)) può essere valutato in base alla deformabilità, all'orientamento e alla frequenza di ciascun sistema, nell'ipotesi di escludere lo sviluppo di deformazioni plastiche. Sia definito un sistema di riferimento globale, mentre quello locale sia identificato dalle coordinate (n, t) , rispettivamente normale e tangenziale alle fessure. Il sistema è supposto continuo (senza ponti di roccia) e di volume trascurabile. In queste ipotesi, l'insieme di mezzo intatto e fessure è soggetto allo stesso stato di sforzo, in condizioni di deformazione piana.

Il comportamento di una singola serie di fessure in condizioni elastiche è descritto mediante le costanti di rigidità K_n, K_s associate rispettivamente allo spostamento relativo nelle due direzioni. Per determinare il contributo delle fessure alla deformazione globale del volume elementare, gli spostamenti relativi vengono divisi per la spaziatura media d . Pertanto, la deformabilità equivalente dovuta alle fessure è descritta dalla matrice $\Delta\mathbf{M}_c^{n,t}$ nel sistema di riferimento locale

$$\Delta\mathbf{M}_c^{n,t} = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_n d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{K_s d} \end{bmatrix} \quad (2)$$

I termini di deformazione $\Delta\mathbf{M}_c$ sono poi riferiti in un sistema di riferimento globale tramite la matrice di trasformazione contenente i coseni direttori.

Nel caso di diverse serie j di fessure, ognuna delle quali orientata e distanziata in modo diverso, si possono introdurre matrici di deformabilità locali $\Delta\mathbf{M}_c^{n,t}$ e poi globali $\Delta\mathbf{M}_{c,j}$. La deformazione complessiva del mezzo fessurato equivalente è data da

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_m + \sum_j \Delta\mathbf{M}_{c,j} \quad (3)$$

Nell'ipotesi di mezzo TI il tensore di deformabilità può essere stimato da misure su provini cilindrici in prove di carico in cui siano applicati estensimetri assiali e circonferenziali su almeno 3 provini differenzialmente orientati.

1.2 Modello basato sul tensore di densità delle fessure

Nei modelli di fessure non interagenti ogni fessura è considerata isolata e i suoi effetti sullo stato tensionale non sono influenzati dalla presenza di altre fessure.

La matrice di deformabilità associata alle fessure $\Delta\mathbf{M}$ (rel. (1)) dipende dai tensori di densità delle fessure del secondo e quarto ordine F_{ij} e F_{ijkl} (Kachanov 1980, Oda et al. 1986). Per fessure discoidali di raggio a , volume V , e la cui normale sia \mathbf{n} , tali tensori sono definiti da

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \frac{1}{V} \sum (a^3 n_i n_j) \\ F_{ijkl} &= \frac{1}{V} \sum (a^3 n_i n_j n_k n_l) \end{aligned} \quad (4)$$

La matrice $\Delta\mathbf{M}$ può essere considerata derivante da due termini, $\Delta\mathbf{M}^A$ e $\Delta\mathbf{M}^B$, che dipendono dai rispettivi tensori di densità di fessure. Riferendo il contributo di ogni fessura allo stesso sistema di riferimento si ricava la matrice $\Delta\mathbf{M}$ (δ_{ij} è il delta di Kronecker)

$$\begin{aligned} \Delta M_{ijkl}^A &= \frac{Q_m}{1-0.5\nu_m} \frac{1}{4} (\delta_{ik} F_{jl} + \delta_{il} F_{jk} + \delta_{jk} F_{il} + \delta_{jl} F_{ik}) \\ \Delta M_{ijkl}^B &= -0.5\nu_m \frac{Q_m}{1-0.5\nu_m} F_{ijkl} \end{aligned} \quad Q_m = \frac{16(1-\nu_m^2)}{3 E_m} \quad (5)$$

nella quale le caratteristiche elastiche del mezzo solido isotropo sono rappresentate dal termine Q_m .

Il modello può essere applicato alla misura delle caratteristiche di deformabilità dinamica. In un mezzo anisotropo le velocità di fase sono relative alle onde P, SR (direzione di vibrazione nel piano isotropo polare) e SP (direzione di vibrazione perpendicolare ad SR). Le velocità sono correlate al tensore di rigidità elastica (tensore di Christoffel) che porta in conto il vettore di oscillazione della particella e la densità del mezzo. Le componenti del tensore di rigidità, nei termini 11, 33, 55 e 66, possono essere derivati dalle velocità delle onde P e S misurate lungo le direzioni principali. Per determinare il termine 13 è necessario misurare le velocità delle onde P e SP su provini con un angolo diverso da 0° e 90° . Nel caso in cui le misure siano eseguite su provini destinati alle prove di carico, è necessario anche in questo caso eseguire la misura su almeno 3 provini diversamente orientati.

Il modello può essere semplificato, nel caso si vogliano utilizzare le sole misure di velocità delle onde P nelle direzioni principali. Dai 3 moduli di rigidità principali, nei termini 11, 22 e 33, si ricavano i relativi termini di deformabilità della matrice ridotta \mathbf{M} (3×3)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11}^m + \Delta M_{11} & M_{12}^m & M_{13}^m \\ & M_{22}^m + \Delta M_{22} & M_{23}^m \\ \text{sym} & & M_{33}^m + \Delta M_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Essendo noti i termini di deformabilità della matrice, possono essere stimati mediante una procedura iterativa le deformabilità indotte dalle fessure ΔM_{11} , ΔM_{22} e ΔM_{33} , i cui termini sono espressi dalla rel. (5). I valori di F_{ii} possono essere ottenuti in linea diretta trascurando le componenti F_{iii} , oppure, possono essere correlati linearmente ai termini F_{ii} , quando si assume a priori l'orientazione della distribuzione delle fessure.

4. Caso di studio

Una roccia metamorfica foliata (gneiss di Antigorio) è stata campionata in una zona in cui era prevista la costruzione di una centrale idroelettrica in caverna. Diversi campioni sono stati prelevati da un cunicolo esplorativo profondo (700 m) e da un blocco distaccato da una cava in superficie; i campioni saranno nel seguito denominati rispettivamente D-gneiss ("profondo") e S-gneiss ("superficiale").

Per descrivere il comportamento meccanico delle due rocce sono state eseguite in laboratorio su

provini cilindrici NX (diametro 54 mm) prove in condizioni asciutte, tra le quali: prove di compressione monoassiale (UN) e prove isotrope (ID). Nelle prove ID sono state misurate le velocità delle onde P ed S in direzione dell'asse di carico, mentre nelle prove UN sono state misurate sia le deformazioni statiche, sia le velocità.

Le analisi modali su sezioni sottili indicano che la composizione mineralogica dei due gneiss è molto simile per D- e S-gneiss. Si osserva che i piani di scistosità sono disposti lungo allineamenti inclinati la cui intersezione forma una tessitura romboidale. La biotite appare interessata da fessure parallele molto lunghe e frequenti nel S-gneiss, mentre le fessure sono più corte e meno frequenti nel D-gneiss. Le misure della velocità delle onde P su campioni sferici indicano la presenza di una simmetria ortotropa, con tre piani di simmetria. Essendo il rapporto di anisotropia nel piano polare molto basso per le due rocce, si ritiene accettabile l'ipotesi di una simmetria TI.

Le velocità principali misurate su provini scarichi del S-gneiss sono mediamente più basse ($V_1 = 3.0-3.8$; $V_3 = 1.8-2.9$ km/s) rispetto al D-gneiss ($V_1 = 4.2-5.0$; $V_3 = 3.6-4.6$ km/s), fornendo per questa roccia un rapporto di anisotropia $(V_1/V_3)^2$ pari a 2.6, più elevato, rispetto al valore di 1.4 del D-gneiss. Le prove monoassiali (UN) sono state condotte su provini con diversa orientazione dei piani di scistosità. Le resistenze misurate mostrano un'analoga influenza dell'angolo di scistosità per le due rocce e valori medi del tutto confrontabili, pari a 124.1 (D-gneiss) e 119.9 MPa (S-gneiss).

4.1 Moduli dinamici da misure di velocità delle onde sotto carico

In condizioni di carico ID (pressione massima 60 MPa) si osserva un marcato incremento di tutte le velocità (onde P, onda SR e SP) all'aumentare del carico, con un incremento maggiore nel S-gneiss, rispetto al D-gneiss. Il rapporto di anisotropia si riduce progressivamente sia per le onde P, sia per le onde SR. Alla massima pressione il gradiente delle velocità è ancora rilevante e i moduli massimi sono inferiori a quelli calcolati teoricamente per la matrice solida, indicando che sono ancora presenti fessure aperte. Le velocità del S-gneiss sono inferiori a quelle del D-gneiss, ma solo alle basse pressioni, divenendo poi comparabili alle pressioni più elevate.

Per determinare le costanti tecniche di rigidezza, assumendo la simmetria TI, sono state eseguite analisi di regressione per valori discreti della pressione. Si osserva che tutti i moduli di Young e di taglio aumentano con il carico applicato.

4.2 Moduli statici da misure di deformazioni sotto carico

Durante le prove di compressione monoassiale (UN), con misura delle velocità, sono state determinate le deformazioni assiali e circonferenziali su provini con diverso orientamento della scistosità.

Da un'analisi di regressione, applicata a valori discreti della tensione assiale fino a 60 MPa, sono stati ricavati i termini della matrice di deformabilità **M**. L'esame dei moduli ingegneristici E_1 , E_3 e G_{13} risultanti (Fig.1) evidenzia ai bassi carichi una riduzione del modulo E_1 , che può essere associata alla presenza di fessure chiuse orientate favorevolmente che iniziano a scorrere. Laddove si osserva un incremento del modulo, questo effetto è mascherato dalla più efficace chiusura delle fessure aperte.

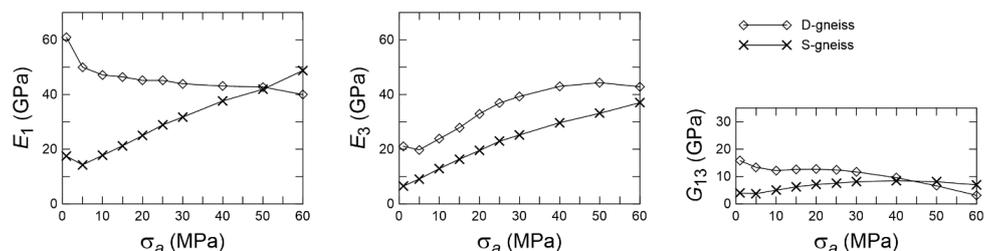


Fig 1. Costanti tecniche derivanti da analisi di regressione per valori discreti del carico applicato in prove UN.

Si evidenzia una forte differenza tra i due gneiss nell'andamento dei moduli E_1 e G_{13} . Nel S-gneiss il continuo aumento del modulo E_1 indica che la chiusura delle fessure prevale sull'apertura di nuove

fessure e che queste sono orientate isotropicamente. Nel D-gneiss la diminuzione dei moduli E_1 e G_{13} , a partire da circa 30 MPa, suggerisce che prevale lo scorrimento e la propagazione di nuove fessure. Inoltre, alla tensione assiale di 25-30 MPa il rapporto di anisotropia E_1/E_3 eguaglia il valore teorico (1.19 e 1.16 per D- ed S-gneiss), ritenendo che questo valore possa essere considerato il valore di soglia elastica. Pertanto, per entrambi gli gneiss è stata identificata la tensione di soglia di 30 MPa, al di sotto della quale prevale la chiusura delle fessure.

5. Modelli di deformabilità

I parametri intrinseci delle matrici di deformabilità \mathbf{M}_m delle due rocce sono stati calcolati nell'ipotesi di simmetria isotropa. Le due rocce presentano valori di modulo di Young del mezzo solido pressoché equivalenti, pari a 85.8 e 85.1 GPa, rispettivamente per il D- e S- gneiss.

Il comportamento complessivo mostrato nelle prove ID e UN suggerisce che due serie di fessure aperte potrebbero controllare il comportamento della roccia: un sistema allineato con il piano di scistosità, un sistema caratterizzato da fessure orientate in modo casuale e con una ridotta planarità.

5.1 Modello da misure statiche

Nel modello di mezzo continuo equivalente (par. 4.1) la roccia è attraversata da due serie di fessure aperte e continue: un sistema planare (biotite) e uno isotropo (altri minerali). Dalla frequenza delle fessure contate nei cristalli di biotite e quarzo, sono state valutate le distanze medie d delle fessure.

La tessitura romboidale dei letti di biotite è stata portata in conto con due piani che formano un angolo acuto di 8 e 12° per D- e S-gneiss, rispettivamente. Questa tessitura porta un contributo non nullo alle deformabilità trasversali (ν_{31}/E_3 e ν_{12}/E_1) nei provini caricati normalmente al piano della scistosità. La serie isotropa di fessure è stata portata in conto da quattro piani che formano un angolo di 45° tra loro.

Dalle deformabilità statiche misurate nelle prove UN sono state stimate le rigidità “tangenti” dei diversi sistemi di fessure, per valori discreti della tensione assiale, applicando un'analisi di regressione. Nella Fig. 2 la variazione dello spostamento normale $\Delta\delta_n$ (normalizzato rispetto al suo valore massimo) dovuto alle fessure evidenzia la relazione tra le due serie di fessure senza dipendere (come invece sono le rigidità e gli spostamenti relativi) dalla stima della spaziatura delle fessure, che potrebbe essere stata influenzata dai mancati conteggi nei cristalli diversi da biotite e quarzo.

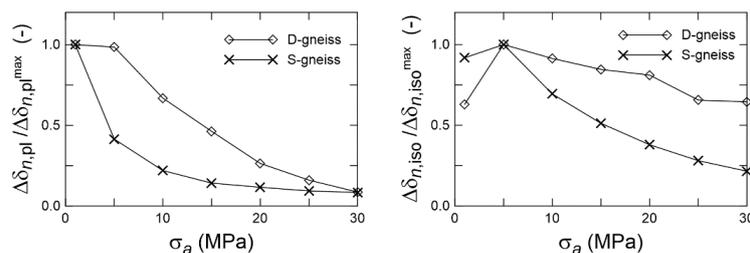


Fig 2. Incremento normalizzato dello spostamento normale associato alle fessure planari (sin) e isotrope (dx).

Per entrambi gli gneiss il gradiente di chiusura delle fessure del sistema planare è superiore ai relativi valori dell'insieme isotropo, indicando la loro chiusura pressoché totale al valore di 30 MPa. I corrispondenti sistemi isotropi di fessure sono lontani dall'essere chiusi alla tensione di 30 MPa; nel D-gneiss le tensioni applicate hanno una ridotta capacità di chiudere le fessure rispetto al S-gneiss.

5.2 Modello da misure dinamiche

Dalle velocità delle onde P misurate nelle prove ID l'applicazione del modello descritto al par. 4.2 ha fornito le componenti del tensore di densità delle fessure. Per valori discreti della pressione applicata sono state ricavate le variazioni dei tensori di densità delle fessure F_{11} e F_{33} , nell'ipotesi che $F_{11} = F_{22}$ (isotropia TI delle fessure).

L'assunzione di una distribuzione plausibile a priori per l'orientamento delle fessure consente una stima più accurata. Anche in questo modello la struttura delle fessure negli gneiss indagati è stata ipotizzata come dovuta alla sovrapposizione di un insieme planare e di uno isotropo di fessure, le cui rispettive densità sono indicate come e_{pl} e e_{iso} . Le densità dei due sistemi sono date da

$$\begin{aligned} e_{pl} &= F_{33} - F_{11} \\ e_{iso} &= 3F_{11} \end{aligned} \quad (7)$$

Assumendo che le fessure possano essere modellate come ellissoidi oblati molto piatti, esse si chiuderanno quando la tensione normale al piano delle fessure raggiungerà un valore critico σ_{cl} (Digby & Murrell 1976)

$$\sigma_{cl} = \frac{\pi E_m}{4(1-\nu_m^2)} \alpha \quad (8)$$

dove α è il rapporto di forma iniziale (rapporto apertura/diametro) delle fessure. La rel. (8) consente di associare un rapporto di forma alla sua pressione di chiusura.

La Fig. 3 mostra la distribuzione cumulativa delle densità dei due sistemi, ovvero le densità globali dei due sistemi di fessure ancora aperte a una determinata pressione media σ_m o con un rapporto di forma inferiore a un determinato valore. Per entrambi gli gneiss, i rapporti di forma del sistema planare sono nettamente inferiori (inferiori a $3 \cdot 10^{-4}$) rispetto a quelli del sistema isotropo. Inoltre, il D-gneiss mostra una distribuzione meno ampia dei rapporti di forma del sistema planare, coerentemente con la maggiore lunghezza delle fessure misurate nella biotite rispetto al quarzo. Di conseguenza, per entrambi gli gneiss, l'anisotropia indotta dalle fessure quasi scompare a tensioni di confinamento di circa 20-30 MPa. Nel S-gneiss si osserva una maggiore intensità della densità di fessure di entrambi i sistemi di fessure, rispetto al D-gneiss.

Tutti i risultati ottenuti dal modello derivante dalle misure dinamiche sono coerenti con quelli rivelati dal modello basato sulle deformabilità statiche (Fig. 2). Anche il più semplice modello basato sulle misure statiche è in grado di differenziare il contributo relativo dei due sistemi di fessure alla deformabilità e di evidenziare le differenze di comportamento elastico tra gli gneiss testati.

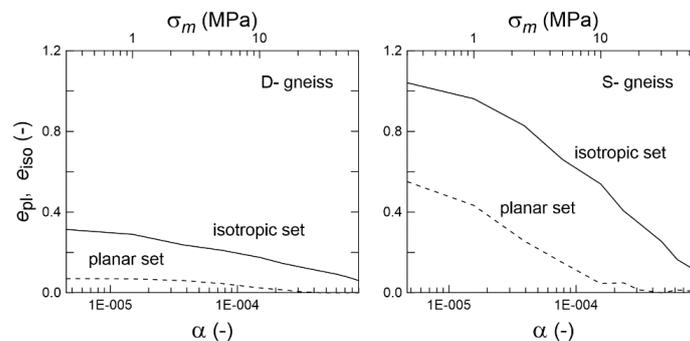


Fig 3. Densità di fessure dei sistemi planare e isotropo da prove ID per il D-gneiss (sin) e S-gneiss (dx).

Bibliografia

- Digby P.J., Murrell S.A.F. (1976). “The deformation of flat ellipsoidal cavities under large confining pressure”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 66, 425-431
- Kachanov M. (1980). “Continuum model of medium with cracks”, *J. Eng. Mech. Div.*, 106, 1039-1051
- Mori T., Tanaka K, (1973). “Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions”, *Acta Metallica*, 21, 571-574
- Oda M., Yamabe T., Kamemura K. (1986). “A crack tensor and its relation to wave velocity anisotropy in jointed rock masses”, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 23, 387-397
- Rotonda T. (2021). “Elastic anisotropic behaviour related to crack distributions in two gneisses”, *Proc. Eurock 2021*, IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 833 012005