

## **CALIBRAZIONE DI MODELLI COSTITUTIVI PER MATERIALI STERILI MINERARI**

Andrea Geppetti, Johann Facciorusso, Claudia Madi ai

*Università degli Studi di Firenze*

[andrea.geppetti@unifi.it](mailto:andrea.geppetti@unifi.it)

[johann.facciorusso@unifi.it](mailto:johann.facciorusso@unifi.it)

[claudia.madi ai@unifi.it](mailto:claudia.madi ai@unifi.it)

### **Sommario**

Negli ultimi decenni, lo studio di complessi problemi geotecnici, come quello del comportamento di bacini di decantazione di sterili minerari soggetti a carico sismico, è stato sempre più affrontato con metodi numerici utilizzando modelli costitutivi avanzati. Come è noto, non esiste un unico modello costitutivo in grado di cogliere tutti i diversi fattori che influenzano il comportamento dei terreni in diverse condizioni iniziali, al contorno, di carico e livelli di deformazione. Tuttavia, sono stati elaborati numerosi modelli costitutivi in grado di simulare il comportamento di determinati materiali in condizioni specifiche. Pertanto, un aspetto fondamentale e delicato da affrontare per ottenere risultati affidabili con l'impiego di metodi numerici è scegliere modelli costitutivi adeguati. In questo lavoro è presentata la calibrazione di tre modelli costitutivi adatti a simulare il comportamento di materiali che presentano le caratteristiche tipiche di residui da attività minerarie, noti anche come "tailings", sotto carichi ciclici. I tailings, generalmente, esibiscono un comportamento riconducibile a quello di terreni intermedi non coesivi e contraenti. In questo lavoro sono stati calibrati tre modelli costitutivi proposti in letteratura: SANISAND, PM4SAND e Pressure Dependent Multi Yield 02, con lo scopo di simulare il comportamento di campioni prelevati presso un bacino di sterili minerari situato nel sud della Toscana.

### **1. Introduzione**

Come è noto, i terreni sono materiali complessi in cui, nelle relazioni tra tensioni e deformazioni, entrano in gioco numerosi aspetti quali: la presenza di acqua che condiziona le tensioni efficaci e la pressione dei pori, i percorsi tensionali, i livelli di sforzo e deformazione, la densità del materiale, l'età del deposito, il rapporto di sovra-consolidazione, il comportamento a taglio (dilatante, contraente, drenato o non drenato) ecc. (Brinkgreve 2005). Il legame tra sforzi e deformazioni viene generalmente descritto attraverso modelli costitutivi più o meno complessi, sotto determinate condizioni di carico, iniziali e al contorno (Briaud 2013). Questi modelli sono sviluppati per analisi agli elementi finiti o alle differenze finite in condizioni assial-simmetriche, di deformazioni piane o in condizioni più generali nelle tre dimensioni. Le analisi numeriche possono essere impiegate per analizzare opere complesse interamente realizzate con terreni, oppure, interazioni terreno struttura. Facendo riferimento ad un sistema terreno-struttura, in generale, i terreni sono i materiali che presentano le rigidità più basse e quindi necessitano di modelli avanzati non lineari, mentre gli elementi strutturali, che di norma hanno rigidità nettamente maggiori, possono essere modellati con legami elastici o elastici perfettamente plastici (Lade 2005). In questo lavoro sono presentate le procedure di calibrazione di tre noti modelli costitutivi disponibili in ambiente OpenSees. In primo luogo, saranno brevemente descritti i modelli costitutivi impiegati. In seguito, saranno presentati gli elementi bidimensionali e tridimensionali con cui sono state svolte le simulazioni numeriche delle prove triassiali cicliche. Infine, i risultati delle simulazioni numeriche verranno confrontati con quelli ottenuti da prove di laboratorio.

## **2. Modelli costitutivi: cenni teorici**

Come accennato precedentemente, nel presente lavoro sono impiegati tre modelli costitutivi: SANISAND (Dafalias e Manzari 2004), PM4Sand (Boulanger e Ziotopoulou 2017) e Pressure Dependent Multi Yield. Il modello conosciuto come SANISAND è governato dal rapporto tra lo sforzo deviatorico  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  e la pressione isotropa  $p' = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}$  definito come  $\eta = q/p$ . Questo modello è inquadrato all'interno della teoria dello stato critico attraverso il parametro di stato  $\Psi = e - e_c$  (Been e Jefferies 1985). SANISAND è inoltre caratterizzato da tre superfici definite nello spazio tensionale: superficie di stato critico  $M$ , superficie limite  $M^b$  e la superficie di dilatanza  $M^d$ . Le superfici limite e di dilatanza non rimangono fisse durante l'applicazione del carico ma, collassano chiudendosi contro la superficie di stato critico. Se il terreno inizialmente è ad uno stato più denso rispetto a quello critico ( $\Psi = e - e_c < 0$ ) allora le tre superfici dovranno essere disposte nell'ordine  $M^d < M < M^b$ . Considerando il caso di una prova triassiale monotona drenata densa, al crescere dello sforzo deviatorico dapprima il rapporto degli sforzi  $\eta$  incontrerà la superficie di dilatanza  $M^d$ , con conseguente cambio di comportamento (da dilatante a contraente) quindi supererà la superficie di stato critico  $M$  raggiungendo la superficie limite  $M^b$  e quindi la resistenza di picco del materiale. Avendo raggiunto la superficie limite il rapporto degli sforzi  $\eta$  non può più crescere e quindi seguirà la superficie limite chiudendosi sulla superficie di stato critico. Se invece il materiale è inizialmente sciolto ( $\Psi = e - e_c > 0$ ) allora l'ordine delle superfici sarà invertito  $M^b < M < M^d$ . In questa situazione è lecito considerare che la superficie limite sia coincidente con la superficie di stato critico. All'aumentare del valore dello sforzo deviatorico il rapporto degli sforzi, una volta uscito dal campo elastico, incontrerà la superficie limite raggiungendo contemporaneamente lo stato critico. In questo caso non potrà essere raggiunta la superficie di dilatanza in quanto superiore a quella limite e la simulazione restituirà l'andamento tipico di un materiale sciolto in cui il comportamento è puramente contraente e in cui non viene raggiunto un picco della resistenza a taglio. Dafalias e Manzari (2004) dimostrano che nella formulazione originale il modello costitutivo non simula correttamente il comportamento ciclico del materiale. Fondamentalmente in questa formulazione il modello non è in grado di sviluppare in maniera adeguata le pressioni interstiziali e il conseguente decadimento delle pressioni isotrope  $p'$ . Questo aspetto è invece fondamentale per una verosimile simulazione di fenomeni che possono scatenare effetti catastrofici come quelli della liquefazione o della mobilità ciclica. La spiegazione di questa "difetto" del modello sta nel fatto che non si sviluppano incrementi apprezzabili di pressioni interstiziali in corrispondenza di inversioni degli incrementi del rapporto degli sforzi  $d\eta$  quando  $\eta$  si trova al di sopra della superficie di dilatanza. Per ovviare a questo problema sono state inserite nel modello le cosiddette equazioni di struttura che attraverso una variabile  $z$  consentono aumenti delle pressioni interstiziali a seguito dell'inversioni degli incrementi del rapporto degli sforzi coerenti con le osservazioni sperimentali. Il secondo modello utilizzato per le calibrazioni è PM4Sand. Questo modello costitutivo è basato sui concetti introdotti in SANISAND con alcune fondamentali differenze alcune delle quali sono: alcune costanti da inserire possono essere determinate da prove SPT e/o CPT, è formulato in tensioni piane, è inquadrato nella teoria dello stato critico attraverso il parametro di stato relativo  $\xi_R$  e che sono state introdotte modifiche sostanziali alle equazioni di struttura. L'ultimo modello costitutivo analizzato è denominato, nella libreria di OpenSees, Pressure Dependent Multi Yield 02 (PDMY02). Questo modello è stato modificato da modello Pressure Dependent Multi Yield (Yang et al. 2003). Nella versione originale del modello, infatti, non erano compresi il terzo invariante degli sforzi e l'angolo di Lode, e quindi non vi era una differente risposta del materiale se sottoposto a sforzi di trazione o compressione. Questo aspetto è stato poi introdotto nella versione 02. La formulazione è basata sulla struttura delle superfici multiple di snervamento introdotta da Prevost (1985) e sul secondo invariante degli sforzi deviatorici. La legge di incrudimento è di tipo deviatorico cinematico mentre la regola di flusso si basa sulla configurazione del rapporto degli sforzi e dell'incremento del rapporto degli sforzi rispetto alla superficie di cambiamento di fase come

definita da (Ishihara et al. 1975). In questo caso il rapporto tra gli sforzi è definito come:

$$\eta = \sqrt{\frac{3(\mathbf{s}:\mathbf{s})}{2(p' - p'_0)}}$$

Con  $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - p'\mathbf{I}$ .

### **3. Calibrazione dei modelli**

SANISAND richiede la definizione di 15 parametri che devono essere determinati in diversi modi. In particolare, Dafalias e Manzari (2004) suggeriscono di determinare le costanti elastiche e quelle relative allo stato critico attraverso prove sperimentali mentre le altre costanti devono essere determinate sostanzialmente attraverso un processo iterativo. Gli autori di PM4Sand (Boulanger e Ziotopoulou 2017) hanno formulato il modello in modo da poter essere facilmente calibrato mediante dati ricavabili da prove comunemente utilizzate nella pratica professionale. Per questo motivo il modello richiede la calibrazione essenzialmente di tre costanti (denominate principali) ricavabili attraverso correlazioni legate a risultati di prove SPT o CPT dalla velocità delle onde S nel deposito e da procedimenti iterativi. Il modello PDMY02 richiede la definizione di 17 costanti che andrebbero calibrate attraverso procedure sperimentali e iterative. Tuttavia, gli autori (Boulanger e Ziotopoulou 2017) forniscono un set di costanti che differiscono in base o alla densità relativa o al numero di colpi di una prova SPT che possono essere modificate attraverso un processo iterativo. Nelle calibrazioni in esame è stato fatto riferimento a valori consigliati dagli autori dei modelli o presenti in letteratura che sono stati in seguito modificati in base a un processo iterativo. I risultati presentati in questa memoria sono preliminari e dovranno essere approfonditi con ulteriori sperimentazioni e analisi numeriche.

### **4. Configurazione delle simulazioni**

La simulazione di prove triassiali cicliche non drenate in controllo di sforzi è stata effettuata sia in due (per calibrare il modello PM4Sand) che in tre dimensioni. Inizialmente per il caso bidimensionale è stato utilizzato un elemento denominato Nine Four Node Quad u-p Element che presenta 8 nodi sul perimetro dell'elemento e uno centrale. Tuttavia, i risultati ottenuti non sono stati ritenuti soddisfacenti in quanto non veniva mantenuto il controllo degli sforzi. Una possibile spiegazione di questo fenomeno potrebbe essere ricondotta alle funzioni di forma dell'elemento che essendo quadratiche inducono degli sforzi spuri nei punti di integrazione. Per ovviare a tale problema sono stati assemblati 4 elementi SSPquadUP Element caratterizzati da 4 nodi ai vertici ognuno. In questo modo è stato ricreato un elemento a 9 nodi che possiede funzioni di forma lineari e non ha problemi di stabilità numerica (Figura 1a). Per le simulazioni tridimensionali è stato fatto ricorso all'elemento SSPbrickUP Element che presenta 8 nodi ai vertici dell'elemento. Nel caso bidimensionale l'elemento quadrangolare rappresenta metà della sezione del provino con i nodi vincolati come in Figura 1a mentre nel caso tridimensionale l'elemento cubico è vincolato come in Figura 1b.

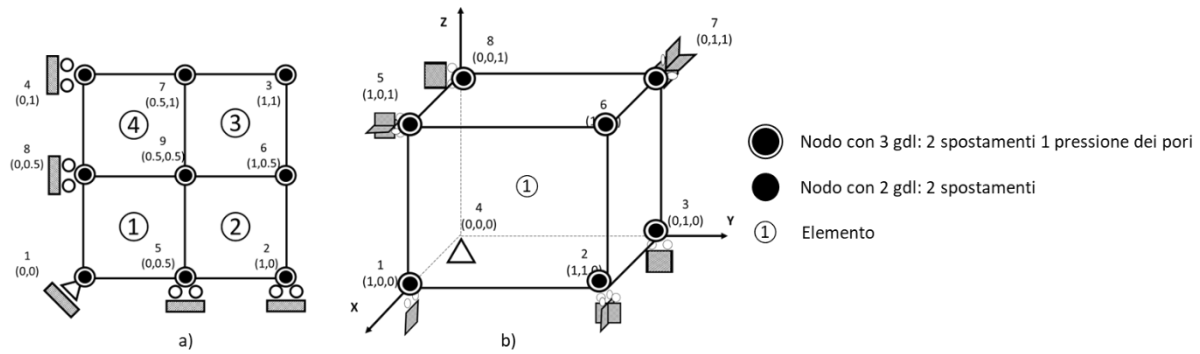


Fig 1. Elementi utilizzati nelle simulazioni: 4 Nine Four Node Quad u-p Element nel caso bidimensionale a), 1 SSPquadUP Element nel caso tridimensionale b).

## 5. Risultati

I provini sui quali vengono effettuate prove triassiali cicliche sono caratterizzati da un rapporto di 1 a 2 tra diametro e altezza ma, allo stesso tempo, nelle simulazioni numeriche, più le forme sono regolari più i risultati sono corretti. Pertanto, sono stati confrontati i risultati ottenuti con elementi rettangolari e quadrati nel caso bidimensionale; prismatici e cubici nel caso tridimensionale. Questo confronto è stato effettuato con riferimento al modello SANISAND. In Figura 2 è possibile osservare un buon accordo tra i risultati ottenuti mettendo a confronto i percorsi tensionali e l'andamento del rapporto delle sovrappressioni interstiziali sia nel caso bidimensionale che tridimensionale.

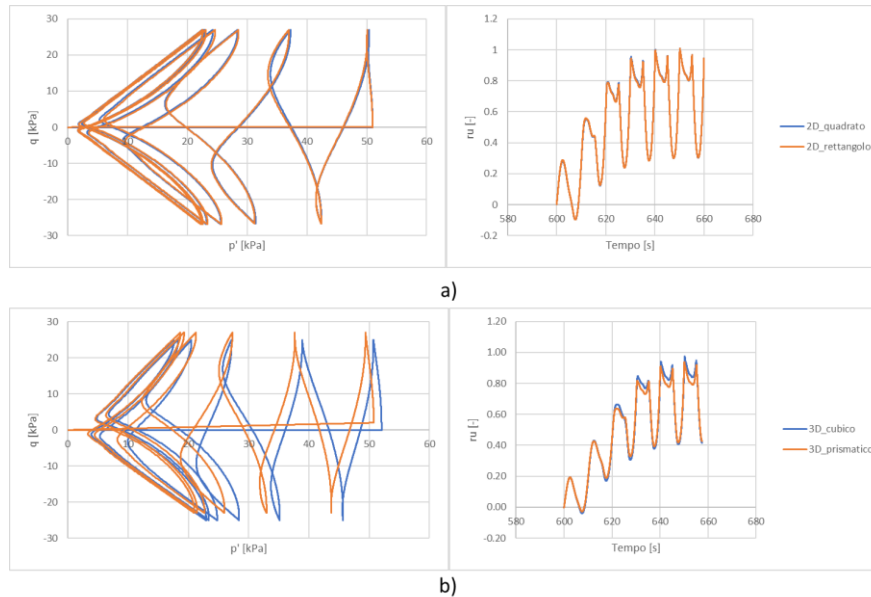


Fig 2. Confronto tra percorsi tensionali e andamenti del rapporto delle sovrappressioni interstiziali: nel caso bidimensionale tra quadrato e rettangolo a), nel caso tridimensionale tra cubo e prisma b).

Di norma, le simulazioni di prove triassiali vengono effettuate con elementi cubici. Tuttavia, essendo stato sviluppato in tensioni piane, il modello PM4Sand può essere utilizzato solo con elementi piani. Pertanto, sono stati messi a confronto i risultati ottenuti con un elemento cubico e quelli ottenuti con un elemento quadrato (Figura 3).

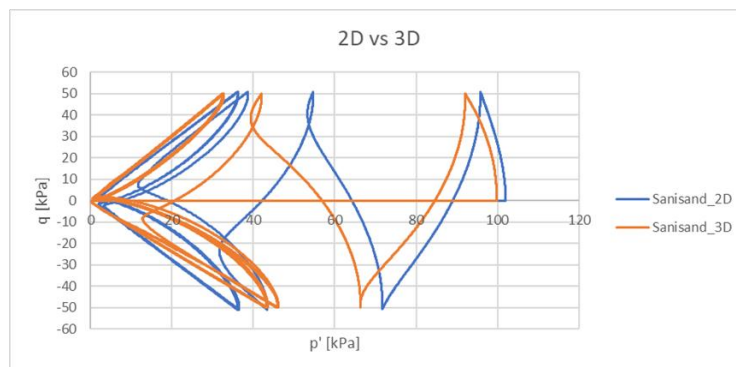


Fig 3. Confronto tra percorsi tensionali nel caso bidimensionale (quadrato) e tridimensionale (cubo).

Come accennato nel paragrafo 4, l'elemento quadrato utilizzato nelle simulazioni è formato da 4 elementi denominati SSPquadUP Element. Questi elementi presentano un unico punto di Gauss posto nel baricentro dell'elemento stesso. Per definire il valore delle tensioni e/o delle deformazioni dell'elemento totale sono state utilizzate due tecniche: una prevede di calcolare la semplice media aritmetica dei 4 punti di gauss e l'altra di effettuare un'interpolazione piana sui 4 punti di integrazione. Anche i risultati di queste due tecniche sono stati messi a confronto Figura 4.

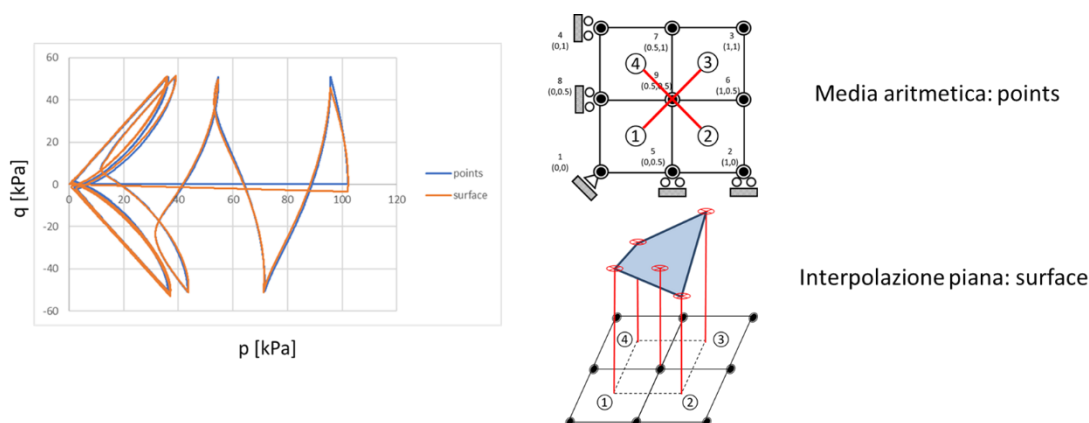
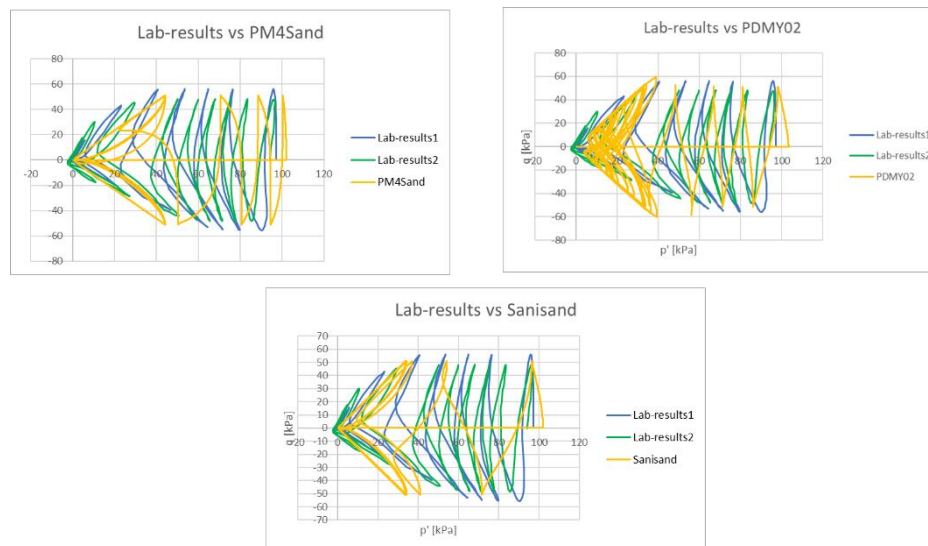


Fig4. Confronto tra percorsi tensionali ottenuti con la media aritmetica dei 4 punti di Gauss (points) e con interpolazione piana (surface).

Dall'analisi di figura 4 è possibile osservare un buon accordo tra i risultati ottenuti con le 2 tecniche anche se il caso della media aritmetica sembra mantenere meglio la fase di consolidazione isotropa; quindi è stato deciso di utilizzare questa metodologia nelle simulazioni successive. Una volta definite le configurazioni più idonee per le modellazioni, i risultati di queste devono essere confrontati con quelli ottenuti da prove sperimentali. Ad ora sono state effettuate 2 prove triassiali cicliche a carico controllato su campioni ricostituiti mediante moist-tamping. I risultati ottenuti presentano delle criticità in quanto alcuni parametri macchina che servono a mantenere lo sforzo controllato durante la fase ciclica devono essere calibrati attraverso un processo iterativo. Il confronto tra i percorsi tensionali ottenuti con le simulazioni numeriche con i primi risultati sperimentali è mostrato in Figura 5.



*Fig4. Confronto tra percorsi tensionali ottenuti con le simulazioni numeriche e con le prove di laboratorio*

## 6. Conclusioni

Sono stati esaminati tre modelli costitutivi: SANISAND, PM4Sand e Pressure Dependent Multi Yield 02 per simulare il comportamento di materiali contenuti in bacini di decantazione di sterili minerari. Per ognuno dei modelli sono stati individuati gli elementi più congrui per effettuare le calibrazioni in ambiente OpenSees. In particolare, per i modelli SANISAND e PDMY02 un elemento cubico con unico punto di Gauss centrale è risultato il più idoneo alla modellazione, mentre per il modello PM4Sand è stato individuato un elemento quadratico composto da 4 sub-elementi. Infine, i risultati ottenuti da simulazioni numeriche di prove triassiali cicliche sono stati confrontati con quelli ottenuti da prove di laboratorio, evidenziando la necessità di raffinare la calibrazione di alcuni parametri di macchina.

## Bibliografia

- Been, K., e Jefferies, M. G. (1985). "A state parameter for sands." *Geotechnique*, 35(2), 99–112.
- Boulanger R. W., e Ziotopoulou K. (2017). "PM4Sand (version 3.1): A sand plasticity model for earthquake engineering applications." Report No. UCD/CGM-17/01, Center for Geotechnical Modeling, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, CA, March, 112 pp.
- Briaud J. (2013). *Geotechnical Engineering: Unsaturated and Saturated Soils*. Wiley & Sons, Inc.
- Brinkgreve R. B. J. (2005). "Selection of Soil Models and Parameters for Geotechnical Engineering Application". *Soil Constitutive Models*, ASCE, 69-98.
- Dafalias Y. F., Manzari M.T (2004). "Simple Plasticity Sand Model Accounting for Fabric Change Effects", *Journal of engineering mechanics*, ASCE, 130(6), 622-634.
- Ishihara, K., Tatsuoka, F., e Yasuda, S. (1975). "Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses." *Soils Found.*, 15(1), 29–44
- Lade P. V. (2005). "Overview of Constitutive Models For Soils" *Calibration of Constitutive Models*, 1-34.
- Prevost, J. H. (1985). "A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils." *Soil Dyn. Earthquake Eng.*, 4(1), 9–17.
- Yang Z., Elgamal A. e Parra E. (2003) *Computational Model for Cyclic Mobility and Associated Shear Deformation*, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 129(12), 1119-1127.