

## **UN APPROCCIO TEORICO PER LA STIMA DI CEDIMENTI DI RILEVATI FONDATI SU PALI**

Luca Flessati  
*Politecnico di Milano*  
*luca.flessati@polimi.it*

Matteo Corigliano  
*Politecnico di Milano*  
*matteo.corigliano@polimi.it*

Claudio di Prisco  
*Politecnico di Milano*  
*claudio.diprisco@polimi.it*

### **Sommario**

Al fine di ridurre i cedimenti di rilevati artificiali posti su strati compressibili è comune l'utilizzo di pali di fondazione. Gli approcci progettuali comunemente utilizzati nella pratica per progettare questa "geo-struttura" sono finalizzati ad analizzare la risposta del sistema in condizioni di stato limite ultimo e non permettono la valutazione dei cedimenti in sommità al rilevato.

In questa nota gli autori mostrano un approccio per la definizione di modelli di calcolo per la stima dei cedimenti medi e differenziali indotti dalla costruzione del rilevato. L'approccio, definito nell'ambito della teoria del macroelemento, è basato sul concetto di piano di ugual cedimento e sulla sottostrutturazione del dominio. Grazie a questa sottostrutturazione, l'approccio, originariamente concepito per analizzare la risposta in condizioni drenate di rilevati posizionati su pali lisci e che raggiungono il substrato rigido, può essere esteso al caso di pali scabri, di pali flottanti, di rilevati rinforzati mediante geosintetici e di costruzione del rilevato in condizioni "parzialmente drenate". L'onere computazionale associato all'utilizzo dei modelli è trascurabile; pertanto, essi sono uno strumento molto efficace per le fasi di predimensionamento nelle quali è necessario prendere in considerazione diverse soluzioni progettuali al fine di individuare quella più sostenibile dal punto di vista economico ed ambientale.

### **1. Introduzione**

L'utilizzo di pali come riduttori di cedimenti è molto comune nel caso in cui sia prevista la costruzione di rilevati su terreni compressibili. Gli approcci di calcolo suggeriti dalle diverse normative (e.g. EBGeo, 2010, BS8006-1, 2010, CUR 226, 2010 e ASIRI, 2012) sono finalizzati ad analizzare la risposta in condizioni di stato limite ultimo e, pertanto, non considerano la rigidità dei vari elementi che costituiscono questa "geo-struttura" (pali, terreno di fondazione, rilevato e eventualmente geosintetici) e non permettono di eseguire verifiche allo stato limite di esercizio.

In questa nota gli autori presentano un quadro teorico entro il quale è possibile definire dei modelli finalizzati alla valutazione dei cedimenti indotti dalla costruzione del rilevato. Questo approccio teorico si colloca nella teoria del macroelemento e considera come variabile statica generalizzata l'altezza del rilevato e come variabili cinematiche gli spostamenti differenziali e medi in sommità al rilevato. Il modello è basato sul concetto di piano di ugual cedimento (Terzaghi, 1943, McKelvey, 1994, Naughton,

2007, McGuire, 2011) e sulla sottostrutturazione del dominio di calcolo: il dominio di calcolo è suddiviso in sottostrutture che interagiscono fra loro in corrispondenza dei loro contorni. A partire da questa sottostrutturazione, sono stati introdotti degli elementi reologici in grado di riprodurre la risposta di ogni sottostruttura. Questi elementi reologici sono scelti e calibrati interpretando i risultati di una serie di analisi numeriche. In questa nota, per brevità, si discutono solo due casi, il caso di pali lisci che raggiungono un substrato rigido e il caso di pali scabri che raggiungono il substrato rigido. Tuttavia, introducendo altre sottostrutture e considerando diversi modelli reologici per le sottostrutture, l'approccio può anche essere esteso ad altri casi (pali flottanti, rilevati rinforzati con geostintetici, costruzione in condizioni parzialmente drenate).

## 2. Definizione dell'approccio teorico

L'approccio teorico proposto dagli autori è finalizzato alla stima dei cedimenti indotti dalla costruzione del rilevato. In particolare, si fa riferimento solo alla parte centrale del rilevato (si trascurano gli effetti di bordo predominanti in prossimità delle scarpate) e, sotto questa ipotesi, si considera solamente una cella unitaria assialsimmetrica (Fig. 1) di diametro  $s$  (pari alla spaziatura dei pali), che contiene un palo di diametro  $d$  e lunghezza  $l$ , un substrato rigido ad una profondità pari a  $l$  e la porzione di rilevato di spessore  $h$  (progressivamente crescente durante il processo di costruzione).

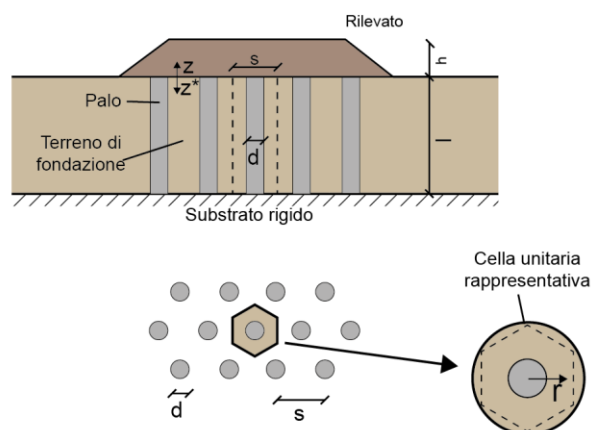


Fig. 1: definizione della cella unitaria assialsimmetrica

In funzione dei diversi materiali presenti nella cella assialsimmetrica, il dominio può essere suddiviso in tre parti, come mostrato in Fig. 2a. A causa della presenza dei pali, all'interno del rilevato si forma un processo di trasferimento di sforzi (effetto arco). Come mostrato in di Prisco et al. (2020), questo processo coinvolge principalmente una porzione cilindrica di rilevato caratterizzata da un raggio  $d/2$  e da un'altezza  $h_p$ , quest'ultima crescente durante la costruzione del rilevato. Un analogo trasferimento di sforzi avviene anche lungo il fusto del palo. Per tale ragione, è conveniente suddividere ulteriormente le tre parti rappresentate in Fig. 2a con una retta passante per  $r=d/2$  ( $r$  è la coordinata radiale), come mostrato in Fig. 2b.

Per descrivere il comportamento meccanico di ognuna delle 6 sottostrutture rappresentate in Fig. 2b, si utilizzano una singola variabile adimensionale statica ( $\Sigma_i = \sigma_i / \gamma d$  ove  $i=1,6$ ,  $\sigma_i$  è lo sforzo verticale medio agente in ciascuna sottostruttura e  $\gamma$  è il peso per unità di volume del terreno del rilevato) e una singola variabile adimensionale cinematica ( $U_i = u_i E_{oed,f} / l \gamma d$  con  $i=1,6$ ,  $u_i$  è lo spostamento medio di ciascuna sottostruttura e  $E_{oed,f}$  è il modulo edometrico del terreno di fondazione). Queste sottostrutture interagiscono fra loro solamente lungo le interfacce di separazione: le interfacce orizzontali (AB, BC, DE e EF di Fig. 2b) trasferiscono solo sforzi verticali e garantiscono la congruenza in direzione verticale, mentre le interfacce verticali (BH, BE e EG di Fig. 2b), volte a riprodurre la redistribuzione di sforzi

che avviene all'interno del rilevato, trasferiscono forze di taglio adimensionali ( $\mathcal{T}_i$  con  $i=1,3$ ) e permettono uno spostamento verticale relativo fra i sottodomini. Per chiarezza, lo schema reologico adottato è rappresentato in Fig. 2c.

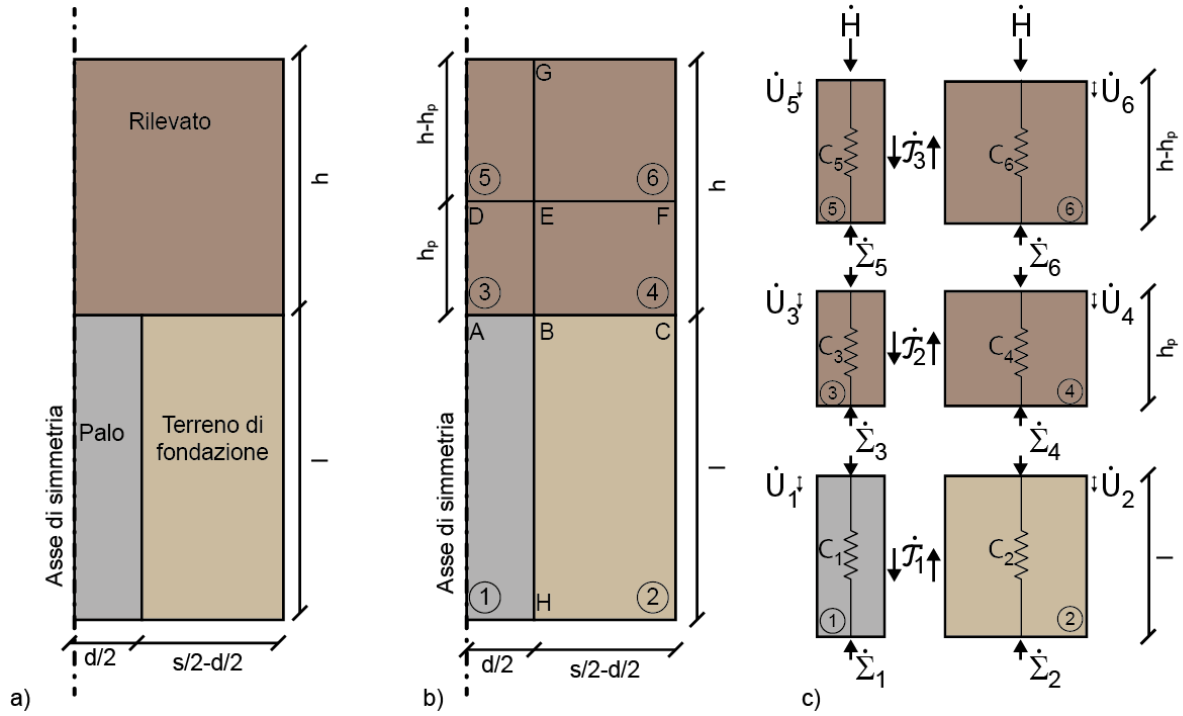


Fig. 2: a) suddivisione del dominio sulla base del materiale, b) definizione delle sottostrutture e c) schema reologico

Per semplicità, il comportamento meccanico dei 6 sottodomini è assunto essere elastico lineare (di cedevolezza  $C_i$  con  $i=1,6$ , dipendente solo da geometria e parametri elastici dei materiali), mentre quello delle interfacce è assunto essere elastico-perfettamente plastico.

Come precedentemente menzionato, nel rilevato la redistribuzione di sforzi avviene solamente sino ad un'altezza pari ad  $h_p$ , che può essere interpretata come l'altezza del piano di ugual cedimento (Terzaghi, 1943, McKelvey, 1994, Naughton, 2007, McGuire, 2011), l'altezza all'interno del rilevato al di sopra del quale non si accumulano spostamenti differenziali e lo stato di sforzo è geostatico. Pertanto, si può assumere che in corrispondenza dell'interfaccia EG di Fig. 2b non ci sia trasferimento di sforzi, ossia che  $\mathcal{T}_3$  di Fig. 2c sia nullo.

Durante le prime fasi del processo di costruzione, all'interno del rilevato si forma un meccanismo (plastico) di punzonamento. Per questa ragione, per l'interfaccia BE di Fig. 2b si trascura la risposta elastica e si considera un comportamento rigido perfettamente plastico. In di Prisco et al. (2020) la legge di rottura è assunta essere data dal criterio di Mohr-Coulomb, in cui (i) la forza normale agente su una superficie cilindrica di altezza  $h_p$  è calcolata a partire dalla distribuzione geostatica di sforzi verticali all'interno del rilevato e da un coefficiente di spinta orizzontale medio ( $\bar{k}_e$ ) e (ii) l'angolo d'attrito considerato è quello per le condizioni di taglio semplice ( $\phi'_{ss}$ ). L'incremento di forza trasmessa in corrispondenza dell'interfaccia BE di Fig. 2b ( $\mathcal{T}_2$ ) associata ad un incremento di altezza del rilevato ( $\dot{h}$ ) può essere calcolata mediante la seguente espressione:

$$\dot{\mathcal{T}}_2 = \tau_2(\bar{k}_e, \phi'_{ss}, H_p) \dot{H} = \bar{k}_e \pi \tan \phi'_{ss} H_p \dot{H} \quad (1)$$

ove  $H_p = h_p/d$  e  $\dot{H} = \dot{h}/d$ .

L'unico parametro costitutivo da calibrare per questo elemento di interfaccia è  $\bar{k}_e$ . Interpretando i risultati di una serie di analisi numeriche, di Prisco et al. (2020) hanno mostrato che  $\bar{k}_e$  è unicamente funzione dell'angolo di dilatanza del terreno del rilevato e hanno proposto un abaco per stimare il valore di  $\bar{k}_e$ .

Nel caso di pali lisci, l'interfaccia BH di Fig. 2b non trasmette forze di taglio, mentre nel caso di pali scabbi, essa è assunta essere elastica-perfettamente plastica. La legge d'interfaccia, definita interpretando i risultati di una serie di analisi numeriche (Flessati et al., 2022) dipende dalla lunghezza del palo, dall'angolo d'attrito d'interfaccia ( $\delta$ ) e da un singolo parametro costitutivo,  $\bar{k}_f$  che definisce il valor medio del rapporto fra sforzi efficaci orizzontali e verticali in prossimità del palo. L'espressione proposta in Flessati et al. (2022) per  $\dot{\mathcal{T}}_1$ , qui omessa per brevità, può essere formalmente scritta come:

$$\dot{\mathcal{T}}_1 = t_1(l, \delta, \bar{k}_f) \dot{H} \quad (2)$$

Imponendo l'equilibrio in direzione verticale (Fig. 2c) e il legame per ogni sottostruttura è possibile definire una relazione (incrementale) fra gli spostamenti di ogni sottostruttura e l'altezza del rilevato, interpretata come una variabile di carico generalizzata:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= C_1(\dot{H} + 4t_1\dot{H} + 4t_2\dot{H}) & \dot{U}_2 &= C_2\left(\dot{H} - 4t_1\frac{d^2}{s^2-d^2}\dot{H} - 4t_2\frac{d^2}{s^2-d^2}\dot{H}\right) & \dot{U}_3 &= C_3(\dot{H} + 4t_2\dot{H}) \\ \dot{U}_4 &= C_4\left(\dot{H} - 4t_2\frac{d^2}{s^2-d^2}\dot{H}\right) & \dot{U}_5 &= C_5\dot{H} & \dot{U}_6 &= C_6\dot{H} \end{aligned} \quad (3)$$

A partire dalle sottostrutture introdotte, imponendo la congruenza, è possibile calcolare gli spostamenti in sommità al rilevato:

$$U_{t,p} = U_1 + U_3 + U_5 \quad (4)$$

$$U_{t,f} = U_2 + U_4 + U_6 \quad (5)$$

ove  $U_{t,p}$  e  $U_{t,f}$  sono gli spostamenti medi per  $0 < r < d/2$  e per  $d/2 < r < s/2$ , e da questi calcolare gli spostamenti differenziali ( $U_{t,diff}$ ) e medi ( $U_{t,av}$ ) in sommità al rilevato:

$$U_{t,diff} = U_{t,f} - U_{t,p} \quad (6)$$

$$U_{t,av} = \frac{U_{t,f}(s^2-d^2) + U_{t,p}d^2}{s^2} \quad (7)$$

Combinando le equazioni 3-7 è possibile definire un legame costitutivo generalizzato:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{t,diff} \\ \dot{U}_{t,av} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{diff} \\ C_{av} \end{bmatrix} \dot{H} \quad (8)$$

In Fig. 3 le previsioni ottenute integrando numericamente l'equazione costitutiva (Equazione 8) sono confrontate con i risultati di due analisi numeriche in cui si è simulata la progressiva costruzione del rilevato (Flessati et al., 2022). In entrambi i casi l'accordo è molto soddisfacente.

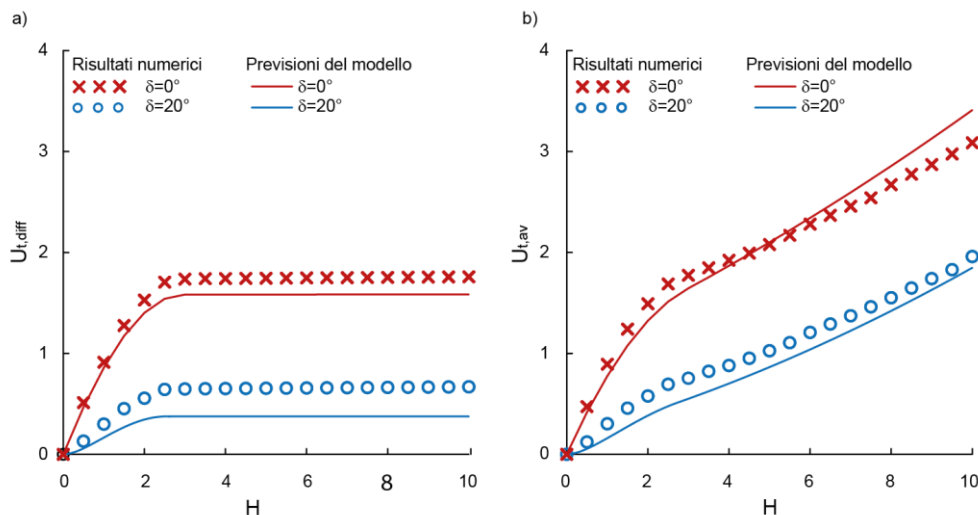


Fig. 3: confronto fra modello teorico e risultati numerici a) spostamenti differenziali in sommità al rilevato e b) spostamenti medi in sommità al rilevato

Per brevità in questa nota si discute solamente il caso di pali che raggiungono un substrato rigido, tuttavia, considerando due ulteriori sottodomini al di sotto della punta del palo (divisi verticalmente in corrispondenza di  $r=d/2$ , ove  $r$  è la coordinata radiale definita in Fig. 1) e seguendo una procedura analoga a quella appena descritta, è possibile anche analizzare il caso di pali flottanti. Inoltre, modificando opportunamente il legame costitutivo della sottostruttura 2 di Fig. 2b è anche possibile tener conto del processo di consolidazione nel terreno di fondazione e della presenza di geosintetici alla base del rilevato.

### 3. Osservazioni conclusive

In questa nota gli autori hanno mostrato un approccio teorico che permette la definizione di modelli per stimare i cedimenti di rilevati fondati su pali. Questo approccio trascura gli effetti di bordo associati alle scarpate del rilevato ed è valido solamente per pali posti nella parte centrale del rilevato. L'approccio è basato sulla sottostrutturazione del dominio in esame e sul concetto di piano di ugual cedimento.

Le singole sottostrutture sono assunte essere elastiche e interagenti fra loro tramite elementi di interfaccia opportunamente definiti. L'operazione di assemblaggio delle varie sottostrutture (imponendo l'equilibrio in direzione verticale e la congruenza) permette di definire un legame costitutivo incrementale generalizzato che mette in relazione la variabile di carico (l'altezza del rilevato) con gli spostamenti differenziali e medi in sommità al rilevato.

In questa nota sono presentati due modelli (validi per pali che raggiungono il substrato rigido) che possono essere definiti seguendo l'approccio introdotto dagli autori, ma, definendo opportunamente ulteriori sottostrutture e i relativi legami costitutivi è possibile considerare diversi casi (pali flottanti, rilevati rinforzati mediante geosintetici e costruzione del rilevato in condizioni parzialmente drenate).

L'utilizzo dei modelli proposti è associato ad oneri di calcolo trascurabili e per questo motivo, questi modelli sono dei validi strumenti in fase di predimensionamento.

### Bibliografia

- ASIRI, 2012. Recommandations pour la conception, le dimensionnement, l'exécution et le contrôle de l'amélioration des sols de fondation par inclusions rigides, ISBN 978-2-85978-462-1.
- BS8006-1, 2010. Code of Practice for Strengthened/reinforced Soils and Other Fills. British Standards Institution,

ISBN 978-0-580-53842-1

- CUR 226, 2010. Ontwerprichtlijn paalmatrassystemen (Design Guideline Piled Embankments), ISBN 978-90-376-0518-1
- di Prisco, C., Flessati, L., Frigerio, G. & Galli, A. (2020) Mathematical modelling of the mechanical response of earth embankments on piled foundations, *Géotechnique*, 70(9), pp. 755–773
- EBGEO, 2010. Empfehlungen für den Entwurf und die Berechnung von Erdkörpern mit Bewehrungen aus Geokunststoffen e EBGEO, vol. 2. German Geotechnical Society, Auflage, ISBN 978-3-433-02950-3
- Flessati, L., di Prisco, C., Corigliano, M. & Mangraviti, V. (2022) A simplified approach to estimate settlements of earth embankments on piled foundations: the role of pile shaft roughness *European Journal of Environmental and Civil Engineering* in press
- McGuire, M.P., 2011. Critical Height and Surface Deformation of Column-Supported Embankments. Ph.D. thesis. Department of Civil Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, U.S.A.
- McKelvey III, J. A. (1994). The anatomy of soil arching. *Geotextiles and Geomembranes*, 13(5), 317-329.
- Naughton, P. J. (2007). The significance of critical height in the design of piled embankments. In *Soil Improvement* (pp. 1-10).
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. Chapman And Hali, Limited John Wiler And Sons, Inc; New York.