

CARATTERIZZAZIONE SPERIMENTALE E MODELLAZIONE COSTITUTIVA DI UNA ROCCIA POROSA ANISOTROPA

Ferdinando Marinelli
Università di Napoli Federico II
ferdinando.marinelli@unina.it

Shahin Ghassan
John Hopkins University
gshahin1@jhu.edu

Athanastios Papazoglou
ESFR – The European Synchrotron, Grenoble, France
a.papazoglou@gmail.com

Gioacchino Viggiani
Université Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, 3SR, Grenoble, France.
cino.viggiani@3sr-grenoble.fr

Giuseppe Buscarnera
Northwestern University, Evanston, IL, US
g-buscarnera@northwestern.edu

Sommario

Questa nota presenta un approccio costitutivo elastoplastico per la modellazione di una roccia porosa carbonatica (i.e., tufo di Maastricht) con accentuate caratteristiche meccaniche anisotrope. Tale approccio utilizza una formulazione per materiali cementati nella quale le caratteristiche elastoplastiche vengono espresse attraverso uno stato tensionale modificato da applicazioni tensoriali che introducono direzioni preferenziali proprie dell'anisotropia intrinseca del materiale. I parametri del modello sono stati calibrati attraverso simulazioni numeriche sul punto materiale allo scopo di modellare prove triassiali drenate realizzate a diversi valori della pressione di confinamento e a diverse inclinazioni del piano di anisotropia. Le analisi numeriche mostrano la capacità del modello di simulare sia la fase di compattazione successiva al primo snervamento del materiale, sia la fase incrudente in seguito alla completa destrutturazione del materiale.

Introduzione

La caratterizzazione costitutiva dei processi inelastici osservati nelle rocce ad elevata porosità rappresenta uno degli aspetti chiave per l'implementazione di tecnologie geo-ingegneristiche avanzate come l'estrazione di idrocarburi o lo stoccaggio di anidride carbonica. A causa delle caratteristiche morfologiche dei componenti microstrutturali o a causa di processi di deposizione complessi, l'anisotropia meccanica delle rocce porose rappresenta una delle peculiarità più rilevanti di tali materiali. Questo breve articolo presenta un approccio elastoplastico per la modellazione di una roccia carbonatica, il tufo di Maastricht, la quale è caratterizzata da una porosità iniziale molto elevata (i.e., $n_o \approx 50\%$) e una risposta meccanica fortemente anisotropa. Utilizzando un approccio noto in letteratura per i materiali granulari cementati, tale modello costitutivo introduce l'anisotropia intrinseca modificando

lo stato tensionale con applicazioni tensoriali che inseriscono nel modello direzioni preferenziali proprie di una risposta tenso-deformativa anisotropa. Tale approccio consente di simulare: i) la variazione del dominio elastico dovuta a diverse inclinazioni del piano di anisotropia, ii) la risposta inelastica caratterizzata da compattazione e risultante dalla disgregazione dei legami tra le particelle solide, iii) la risposta incrudente successiva alla compattazione.

Nel seguente articolo si usano gli invarianti dello stato tensionale $p = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3$ e $q = \sqrt{3}\|dev\sigma\|/\sqrt{2}$ ($dev(\sigma) = \sigma - pI$) dove δ_{ij} rappresenta il simbolo di Kronecker ed è usato per definire il tensore identità $I = \delta_{ij}$. Il prodotto diadico verrà utilizzato per definire il tensore del quarto ordine \mathbb{P} (i.e., $\mathbb{P}_{ijkl} = A_{ij}B_{kl} = A \otimes B$ con A e B due tensori generici simmetrici) e si utilizzerà \mathbb{I} per indicare l'identità dei tensori del quarto ordine (i.e., $\mathbb{I}A = A$).

1. La caratterizzazione sperimentale del tufo di Maastricht

Il materiale oggetto di studio è il tufo di Maastricht, una roccia carbonatica caratterizzata da una porosità iniziale del 52%. A livello microscopico, i costituenti di tale roccia includono echinoidi, brachiopodi, scheletri di materiale organico e numerosi frammenti di conchiglie. Tali costituenti contribuiscono a due tipi diversi di porosità: i) una porosità intragranulare, all'interno degli aggregati bioclastici, ii) una porosità intergranulare, la quale considera i pori tra le particelle e rappresenta l'aliquota maggiore della porosità del materiale. Nonostante il tufo di Maastricht si classifichi come una roccia sedimentaria, i piani di stratificazione che inducono l'anisotropia nel materiale sono difficilmente visibili a occhio nudo. Le caratteristiche anisotrope di tale roccia sono principalmente dovute al processo di formazione dei legami cementizi tra le particelle solide il quale ha prodotto una resistenza maggiore in corrispondenza di stati tensionali maggiori (in condizioni litostatiche la direzione verticale risulta caratterizzata da stati tensionali maggiori rispetto alla direzione orizzontale). Per questa ragione, il materiale risulta essere più resistente lungo direzioni di carico ortogonali al piano di anisotropia. Per esplorare le caratteristiche anisotrope del tufo di Maastricht, numerose prove triassiali sono state realizzate a diversi valori della pressione di confinamento e diversi valori di inclinazione del piano di anisotropia. Provini di dimensioni molto ridotte sono stati considerati (i.e., diametro di 11mm e altezza uguale a 22mm) per permettere operazioni di tomografia ai raggi x e allo stesso tempo considerare i dati delle prove sperimentali come rappresentativi della risposta meccanica del materiale.

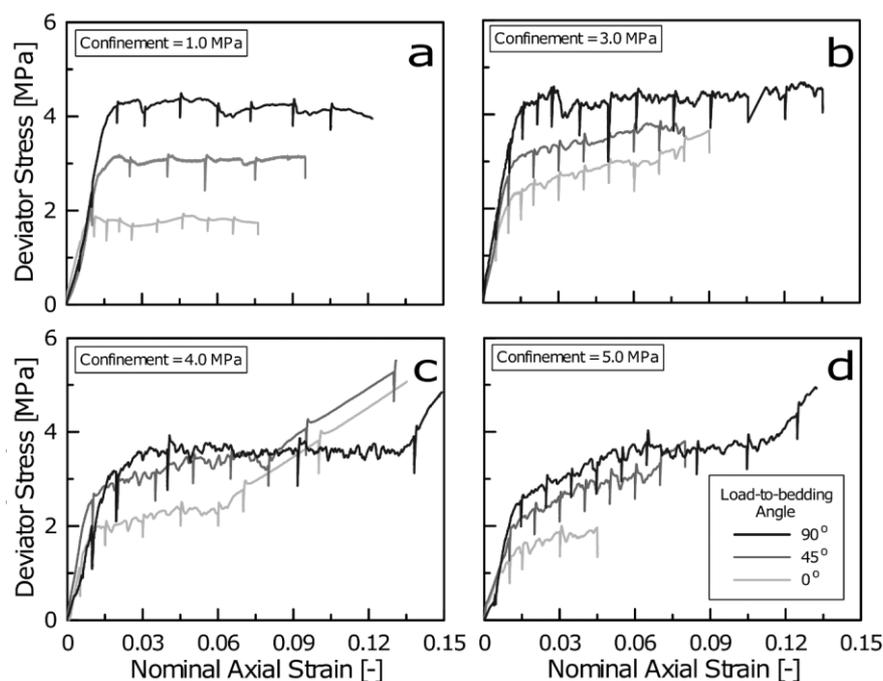


Fig 1. Risposta meccanica del tufo di Maastricht sottoposto a percorsi di carico triassiali in condizioni drenate.

I risultati sperimentali delle prove triassiali sono riportati in Figura 1 e mostrano la forte dipendenza dalla direzione del carico sulla risposta meccanica del materiale non solo in termini di primo snervamento ma anche in termini deformativi. La fase di post-snervamento è infatti caratterizzata da una propagazione di bande di compattazione dovuta ad un collasso dei pori nel materiale la quale ha come effetto meccanico una fase a sforzo deviatorico quasi costante. Tale risultato è particolarmente visibile se si osserva Figura 2 nella quale si mostra come il processo di compattazione si sviluppa attraverso bande localizzate e si conclude con una fase in cui la risposta è marcatamente incrudente. A questo proposito l'effetto direzionale della risposta anisotropa si identifica nella durata della zona di propagazione delle bande compattanti (plateau a q costante) la quale appare essere più estesa nel provino il cui piano di anisotropia è ortogonale alla direzione del carico. Con buona approssimazione, si può assumere l'anisotropia della parte elastica come trascurabile (Papazoglou 2018).

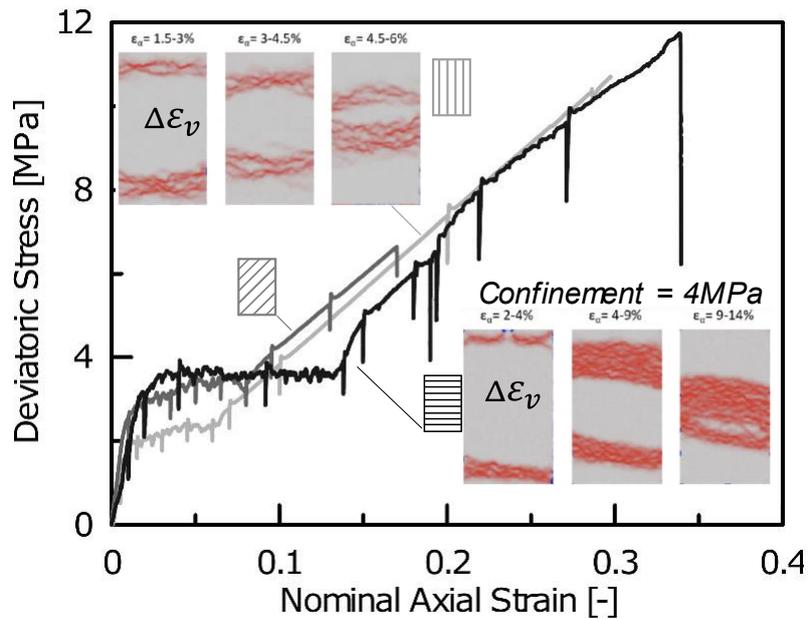


Fig 2. Risposta tenso-deformativa del tufo di Maastricht relativa ad una pressione di confinamento uguale a 4 MPa e corrispondente ad elevate deformazioni assiali. Distribuzione delle deformazioni volumetriche per i provini con piano di anisotropia orizzontale e verticale per alcuni valori delle deformazioni assiali (Shahin et al. 2022).

2. Un modello elastoplastico anisotropo

L'introduzione di caratteristiche anisotrope nella risposta inelastica di un modello elastoplastico può essere effettuata ricorrendo al concetto di isotropia fittizia nell'ambito del quale le funzioni che caratterizzano l'elastoplasticità (i.e., la funzione di snervamento o il potenziale plastico) vengono definite in uno spazio tensionale alternativo correlato al tensore delle tensioni di Cauchy σ per mezzo di un'applicazione tensoriale (Semnani et al. 2016):

$$\sigma^h = \mathbb{P}^h \sigma ,$$

l'apice h rappresenta o la superficie di snervamento (i.e., $h \equiv f$) oppure il potenziale plastico (i.e., $h \equiv g$). In questo modo tali funzioni rimangono isotrope nella configurazione fittizia h ma risultano anisotrope nello spazio in cui si definiscono le tensioni di Cauchy grazie al tensore \mathbb{P}^h che rappresenta un tensore di microstruttura:

$$f = \hat{f}(\sigma^f(\sigma), \Psi) \quad g = \hat{g}(\sigma^g(\sigma)) ,$$

Ψ indica le variabili di incrudimento del modello. I rispettivi gradienti sono definiti utilizzando la regola di derivazione a catena (i.e., $\mathbb{P}^h = \partial \sigma^h / \partial \sigma$):

$$\nabla g = \mathbb{P}^g [\partial g / \partial \sigma^g] ,$$

$$\nabla f = \mathbb{P}^f [\partial f / \partial \sigma^f] .$$

Il flusso plastico viene definito utilizzando la classica formula: $\dot{\varepsilon}^{pl} = \Lambda(\nabla g)$. In questo studio le applicazioni tensoriali \mathbb{P}^h che proiettano il tensore di Cauchy nel rispettivo sottospazio fittizio si differenziano esclusivamente attraverso i diversi parametri c^h mantenendo così le stesse basi tensoriali:

$$\mathbb{P}^h = \mathbb{I} + c^h (F \otimes I + I \otimes F) ,$$

F rappresenta un tensore di struttura ed è definito come $F = e_{\perp} \otimes e_{\perp}$ dove e_{\perp} è il versore unitario coincidente con l'asse di anisotropia (si considera una materiale dalle caratteristiche trasversalmente anisotrope). In questo studio, le costanti che determinano il grado di anisotropia del modello (i.e., $c^h = 0$ coincide con il modello isotropo mentre $c^h \neq 0$ indica il grado di anisotropia) sono tali che $c^g \neq c^f$. Per caratterizzare il modello elastoplastico sono state scelte la funzione di snervamento e il potenziale plastico proposti da Lagioia et al. 1996:

$$h = A_h^{K_{1h}/C_h} \times B_h^{-K_{2h}/C_h} \times p - p_c^* = 0$$

$$K_{1h/2h} = \frac{\mu^h(1 - \alpha^h)}{2(1 - \mu^h)} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha^h(1 - \mu^h)}{\mu^h(1 - \alpha^h)^2}} \right)$$

Dove le funzioni A_h e B_h sono definite come:

$$A_h = \left(1 + \frac{\eta^h}{K_{1h}M^h} \right) \quad B_h = \left(1 + \frac{\eta^h}{K_{2h}M^h} \right)$$

Con μ^h, α^h e M^h parametri del modello elastoplastico. C_h è definito attraverso i parametri K_{1h} and K_{2h} attraverso la relazione: $C_h = (1 - \mu^h)(K_{1h} - K_{2h})$. Il rapporto di stress η^h è definito attraverso gli invarianti dello stato tensionale (i.e., $\eta^h = q^h / (p_t + p^h)$) mentre la variable p_c^* rappresenta la pressione idrostatica di primo snervamento ed è definita come somma delle variabili di incrudimento del modello:

$$p_c^* = p_s + p_m + p_t ,$$

p_s ha l'obiettivo di modellare l'effetto incrudente risultante da un processo di compattazione (come nei modelli di tipo Cam-Clay) mentre p_m simula la destrutturazione del materiale dovuta ad una disgregazione dei legami cementizi. p_t introduce una resistenza a trazione del materiale ed è espressa attraverso p_m con la seguente relazione $p_t = \kappa p_m$ in cui κ è un parametro aggiuntivo del modello. L'evoluzione di tali variabili viene imposta attraverso la seguente legge di incrudimento (Nova et al 2003):

$$\dot{p}_s = p_s \dot{\varepsilon}_v^p / B^p$$

$$\dot{p}_m = -\rho_m p_m (|\dot{\varepsilon}_v^p| + \xi_m \dot{\varepsilon}_s^p)$$

Dove B^p, ρ_m e ξ_m sono i parametri del modello che regolano la risposta costitutiva in campo inelastico. Nel modello isotropo fittizio la funzione dilatanza assume la seguente espressione:

$$d = \dot{\varepsilon}_v^{pl} / \dot{\varepsilon}_s^{pl} = \mu^g (M^g - \eta^g) (1 + \alpha^g M^g / \eta^g)$$

3. Modellazione elastoplastica del tufo di Maastricht

I parametri del modello elastoplastico anisotropo sono stati calibrati sulla base delle prove sperimentali riportate nelle Figure 1 e 2 e sono riportati in Tabella 1. Nel processo di calibrazione i parametri α^f, M^f

e μ^f sono stati selezionati per adattare le superfici di snervamento sulla base dei dati di primo snervamento riportati dalle prove triassiali in Figura 3a. Allo stesso tempo, il valore di c^f è stato modificato per cogliere tali dati sperimentali in due direzioni del carico rispetto al piano di anisotropia. Analogamente, i parametri che determinano la forma del potenziale plastico (i.e., α^g , M^g , μ^g e c^g) sono stati calibrati assumendo come approssimazione che il flusso delle deformazioni plastiche all'interno delle bande di compattazione si distribuisca in modo omogeneo nel provino (Figura 3b).

Tabella 1. Parametri del modello elastoplastico anisotropo.

Funzione di snervamento				Potenziale plastico				Legge di incrudimento		
α^f	μ^f	M^f	c^f	α^g	μ^g	M^g	c^g	B^p	ρ_m	ξ_m
0.85	1.2	0.65	-0.15	0.55	0.05	2.2	0.3	0.03	0.2	5

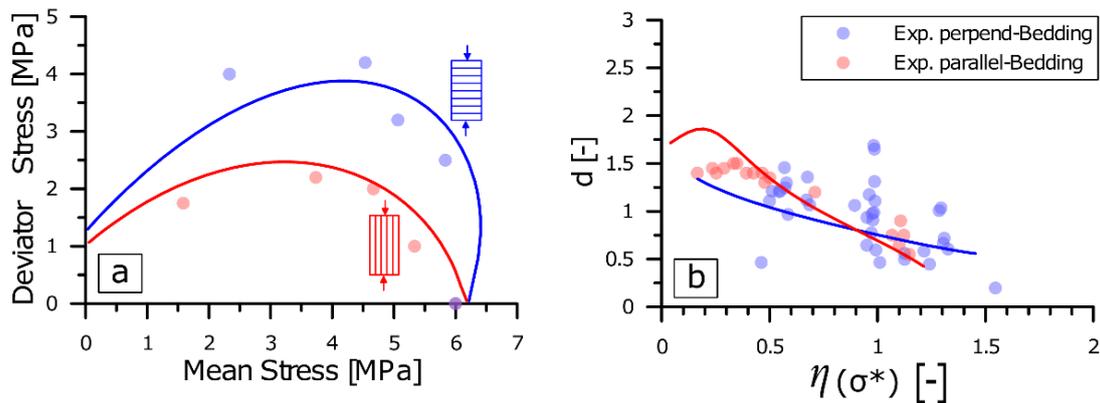


Fig 3. (a) Calibrazione della superficie di snervamento per due orientazioni del piano di anisotropia, (b) Calibrazione del potenziale plastico sulla base delle deformazioni plastiche volumetriche e deviatoriche.

Una prova di compressione isotropa è stata utilizzata per determinare i valori iniziali delle variabili p_s e p_m (i.e., $p_{so} = 0.1$ MPa e $p_{mo} = 5.9$ MPa) e i parametri di destrutturazione (i.e., ρ_m e B^p) che governano la fase inelastica della risposta meccanica. Il parametro κ (i.e., $\kappa = 0.15$) è determinato per valutare le proprietà di trazione del materiale (i.e., $p_{to} = \kappa p_{mo}$). Il parametro ρ_m è stato selezionato per regolare il processo di destrutturazione nelle prove di compressione triassiali dove la componente deviatorica dello sforzo contribuisce al collasso dei legami intergranulari. Essendo il comportamento elastico debolmente anisotropo come si può osservare in Figura 1, un modello elastico lineare isotropo è stato selezionato con i parametri di rigidità volumetrica K e di rigidità a taglio G uguali a $K = 350$ MPa e $G = 78$ MPa. È opportuno sottolineare che il segno del parametro c^f permette di invertire la direzione con maggiore resistenza rispetto alla direzione del carico. In riferimento alla Figura 3(a) questo significa che, selezionando il parametro $c^f = 0.15$, la superficie di snervamento rossa rappresenterebbe la direzione di maggiore resistenza e starebbe sopra la superficie di snervamento blu. Analogamente, lo stesso ragionamento può essere fatto per il potenziale plastico e il relativo parametro c^g . Globalmente, la risposta costitutiva del modello calibrata sui risultati sperimentali è riportata in Figura 4 la quale evidenzia la capacità di simulare le proprietà anisotrope in campo inelastico del tufo di Maastricht.

Conclusioni

Il tufo di Maastricht è una roccia carbonatica ad elevata porosità e caratterizzata da una forte anisotropia meccanica. Il comportamento materiale è esplorato attraverso una serie di prove triassiali realizzate a diversi pressioni di confinamento e considerando diverse inclinazioni del piano di anisotropia. I risultati sperimentali mostrano un comportamento anisotropo i) nella tensione di primo snervamento, ii) nella

risposta tenso-deformativa in cui il processo di compattazione si sviluppa attraverso una fenomeno di propagazione di bande compattanti. Tale fenomeno di propagazione si riflette nella risposta meccanica attraverso un plateau a q costante la cui estensione risulta essere diversa a seconda dell'inclinazione del piano di anisotropia.

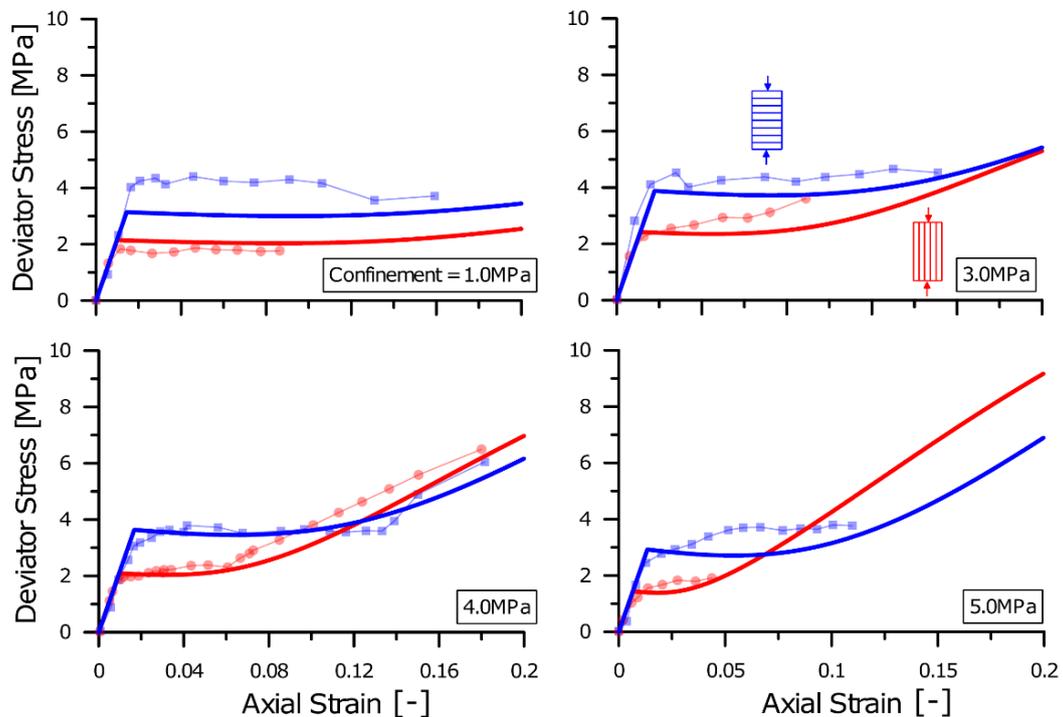


Fig 4. Calibrazione delle curve sforzo deformazione sulla base di prove triassiali drenate realizzate a diverse pressioni di confinamento e due opposte direzioni del piano di anisotropia.

Per modellare le prove di laboratorio sul tufo di Maastricht è stato selezionato un modello elastoplastico per materiali cementati in cui è possibile simulare la destrutturazione del materiale a causa di azioni isotrope e deviatoriche. In tale approccio costitutivo le caratteristiche anisotrope sono state introdotte attraverso un tensore di microstruttura il quale applica una proiezione del tensore delle tensioni di Cauchy tale da introdurre direzioni preferenziali nella risposta meccanica. La calibrazione dei risultati sperimentali mostra la capacità di tale approccio di simulare i risultati sperimentali partendo da un modello elastoplastico isotropo e calibrando i due parametri relativi al tensore di microstruttura (i.e., c^f e c^g).

Bibliografia

- Nova R., Castellanza R., Tamagnini C., (2003). A constitutive model for bonded geomaterials subjected to mechanical and/or chemical degradation. *Int J of Num and Analytical methods in Geom*, 27, 705-732.
- Lagioia R., Puzrin AM, Potts DM. (1996) A new versatile expression for yield and plastic potential surfaces. *Computers and Geotechnics*, 19(3), 171– 191.
- Papazoglou A., (2018) An experimental study of localized compaction in high porosity rocks: the example of Tuffeau de Maastricht. Ph.D. Thesis. Université de Grenoble Alpes.
- Shahin G., Papazoglou A., Marinelli F., Viggiani C., Buscarnera G. (2022) Experimental study of compaction localization in carbonate rock and constitutive modelling of mechanical anisotropy. *Int J of Num and Analytical methods in Geom* (in stampa).
- Semnani J.S., White J.A., Borja R. (2016) Thermoplasticity and strain localization in transversely isotropic materials based on anisotropic critical state plasticity. *Int J of Num and Analytical methods in Geom*, 48(18), 2423-2449.